

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA**

Marcos Akira Hattori

**SIMULAÇÃO DE NÃO LINEARIDADES NO CAMPO
ACÚSTICO GERADO POR CORPOS COM GRANDES
AMPLITUDES DE DESLOCAMENTO**

Florianópolis

2012

Marcos Akira Hattori

**SIMULAÇÃO DE NÃO LINEARIDADES NO CAMPO
ACÚSTICO GERADO POR CORPOS COM GRANDES
AMPLITUDES DE DESLOCAMENTO**

Dissertação submetida ao
Programa de Pós-Graduação da
Universidade Federal de Santa Catarina
para a obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica
Orientador: Prof. Arcanjo Lenzi, Dr.

Florianópolis

2012

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração automática da Biblioteca Universitária UFSC.

Hattori, Marcos Akira

SIMULAÇÃO DE NÃO LINEARIDADES NO CAMPO ACÚSTICO GERADO
POR CORPOS COM GRANDES AMPLITUDES DE DESLOCAMENTO
[dissertação] / Marcos Akira Hattori ; orientador, Arcanjo
Lenzi - Florianópolis, SC, 2012.
130 p. ; 21cm

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica.

Inclui referências

1. Engenharia Mecânica. 2. Acústica não linear. 3.
compressores herméticos. 4. grandes deslocamentos. I.
Lenzi, Arcanjo. II. Universidade Federal de Santa
Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
III. Título.

Marcos Akira Hattori

**Simulação de não linearidades no campo acústico gerado por corpos
com grandes amplitudes de deslocamento**

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do
Título de Mestra em Engenharia Mecânica, área de concentração
em Vibrações e Acústica, e aprovada em sua forma final pelo
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis, 21 de dezembro de 2012.

Prof. Júlio Cesar Passos, Dr.
Coordenador do Curso

Prof. Arcanjo Lenzi, Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Banca Examinadora:

Prof. Cesar José Deschamps, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Erasmo Felipe Vergara, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Dr. Vitor Litwinczik

Aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, ao meu pai, Shu Hattori, e minha mãe, Miyako Hattori, pela educação, carinho, amor e incentivo aos estudos.

Ao prof. Arcanjo Lenzi, pela orientação, auxílio durante toda execução deste trabalho, e por me manter sempre motivado principalmente nos momentos mais difíceis.

À minha namorada, Valmara, pela compreensão referente a minha ausência principalmente na reta final do mestrado, e também por me tornar uma pessoa melhor.

Ao Claudio Pellegrini e Emilio Hulse, pelo grande incentivo dado na execução deste trabalho. Sem este apoio dificilmente este trabalho seria concluído.

Aos amigos de trabalho, em especial, Carlos Eduardo, Cristiano, Daniel, Mannes e Mikio pelos muitos conselhos e ensinamentos.

Aos amigos de laboratório, Garricha, Daniel Catalán, Danilo, Leandro, Olavo, Zinho, Paulão, Gustavo Martins, Myrria entre muitos outros que me ajudaram nos momentos de dificuldades.

À Embraco, por ter financiado o projeto e pela oportunidade de trabalho. À CAPES, pela bolsa recebida durante o mestrado.

E a todos aqueles que, embora não mencionados contribuíram para a realização deste trabalho, o meu muito obrigado.

“Ter boa vontade e boa
intenção não basta para se viver a vida
humana com rendimento
evolutivo. Urge ter discernimento”

Waldo Vieira.

RESUMO

Compressores lineares possuem em seu princípio de funcionamento molas helicoidais as quais vibram com grandes amplitudes de movimento. O objetivo deste trabalho é modelar, simular e caracterizar o campo acústico gerado através da vibração de um componente de seção circular com grandes deslocamentos. A inclusão dos efeitos de grandes deslocamentos eleva a complexidade para solução analítica do problema. Neste trabalho foram inicialmente criados dois modelos numéricos para descrever o campo acústico gerado por estas fontes. A primeira abordagem consiste em um modelo acústico em Elementos Finitos que considera o meio fluido linear em combinação com a abordagem Euleriana-Lagrangeana Arbitrária para a malha móvel. O segundo modelo consiste em uma abordagem de dinâmica dos fluidos computacional (CFD) para descrever o campo acústico gerado. Os efeitos de grandes deslocamentos da fonte também são considerados para este caso. A validação destes dois métodos foi realizada utilizando dados experimentais disponíveis na literatura. Por fim, um terceiro modelo foi desenvolvido através da implementação equação da onda não linear de acústica onde são mostradas as influências dos efeitos não lineares presentes no fluido. A comparação dos resultados obtidos mostra boa concordância entre o modelo acústico linear e o modelo CFD. Constata-se que para número de *Mach* pequeno a oscilação senoidal de uma fonte com grande amplitude de deslocamento gera um campo acústico contendo harmônicas da frequência fundamental de oscilação, as quais se devem às não linearidades geométricas.

Palavras-chaves: Acústica não-linear, compressores herméticos; grandes deslocamentos.

ABSTRACT

Linear compressors operate with helical springs that vibrate with large amplitude of motion. The objective of this work is to model, simulate and characterize the sound field generated by vibration of a circular section component with large displacements. The inclusion of large displacement effects makes the analytical solution too complex. Two numerical models were developed to describe the sound pressure field generated by the source. The first approach consists of a Finite Element acoustic model which considers the linear description to the fluid medium and combines the Arbitrary Lagrangian-Eulerian approach to the moving mesh. The second model consists of a computational fluid dynamics approach (CFD) to describe the generated sound field. The effects of source's large displacement are also considered. The validation of these two methods was performed using experimental results available in the literature. Finally, a third model was developed by implementing the nonlinear wave equation where are shown the influence of nonlinear effects present in the fluid. A comparison of results shows good agreement between the linear acoustic model and CFD model. Was observed that for small Mach numbers a sinusoidal oscillation from a source with large amplitude displacement generates an acoustic field containing harmonics of the fundamental frequency of oscillation, which is due to the geometrical non-linearities.

Keywords: Nonlinear acoustics, hermetic compressor, large displacement.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Compressor hermético do tipo linear.....	34
Figura 2 - Sistemas de coordenadas utilizadas para o problema de esfera oscilante. Fonte: FROST e HARPER (1975)	39
Figura 3 - Modelo idealizado da cavidade acústica, placa e esfera. Fonte: ROOZEN, RUTJES e NIJMEIJER (2010).	40
Figura 4 - Configuração do experimento, com a placa, esfera de poliestireno, microfone e vibrômetro a laser. Fonte: ROOZEN, RUTJES e NIJMEIJER (2010).....	41
Figura 5 - Exemplo de malha não deformada e deformada com as coordenadas de referência e espacial. Fonte: COMSOL USER GUIDE (2012).	42
Figura 6 - Condição de entrada do movimento da placa, — deslocamento, --- velocidade, — · — aceleração. Fonte: ROOZEN, RUTJES e NIJMEIJER (2010).	43
Figura 7 - Espectro de frequência do sinal de entrada. Fonte: ROOZEN, RUTJES e NIJMEIJER (2010).	43
Figura 8 - Configuração esquemática do experimento para análise acústica do movimento da placa. Fonte: ROOZEN, RUTJES e NIJMEIJER (2010).	44
Figura 9 - Comparação entre o auto espectro de pressão sonora experimental e numérica na posição do microfone.	45
Figura 10 - Formação da onda de choque em um tubo pela teoria não linear de acústica. Fonte: WALSH (2010).	46
Figura 11 - Comparação da pressão sonora em uma cavidade sendo excitada na frequência de ressonância, utilizando teoria linear e não linear de acústica. Fonte: WALSH (2010).	47
Figura 12 - Comparação da Perda de Transmissão (<i>Transmission Loss</i>) entre o resultado numérico em CFD com resultado experimental. Fonte: MIDDELBERG <i>ET. AL.</i> (2004).....	48
Figura 13 - Exemplo de malha não deformada (a) e deformada (b), mantendo o arranjo estrutural dos elementos.	55
Figura 14 - Domínios utilizados na formulação ALE.	57

Figura 15 - Configuração do escoamento ao redor de um cilindro em função de Reynolds. Fonte: LIENHARD (1966).....	63
Figura 16 - Fluxograma esquemático da interação unidirecional.	65
Figura 17 - Estrutura típica do volume de controle utilizada no método dos volumes finitos.	66
Figura 18 - Balanço de massa no volume finito.....	67
Figura 19 - Representação de elemento Hexaédrico. Fonte: REZENDE (2005).....	69
Figura 20 - Exemplo de utilização de esquema de difusão de deslocamento. a) Malha original não deformada. b) Malha com Esquema de Difusão de Deslocamento padrão. c) Malha com esquema de Difusão de Deslocamento <i>meshdisp</i> com fator 3.	70
Figura 21 - Considerações do modelo acústico de Roozen, Rutjes e Nijmeijer (2010).	71
Figura 22 - Condições de contorno do modelo acústico FEM.	73
Figura 23 - Condições de contorno do modelo numérico CFD.	76
Figura 24 - Configuração de malha do modelo laminar CFD.....	77
Figura 25 - Espectro de velocidade de placa oscilante.....	77
Figura 26 - Espectro de pressão na posição do microfone.....	78
Figura 27 - Modelo bidimensional representativo do caso simplificado de mola.....	79
Figura 28 - Geometria do modelo e posições de pontos referentes à “medição” de pressão.....	80
Figura 29 - Configuração de malha utilizada no modelo acústico FEM.	81
Figura 30 - Configuração de malha utilizada no modelo laminar CFD. 81	
Figura 31 - Condição imposta de movimento do corpo oscilante. Aceleração e deslocamento.....	83
Figura 32 - Função excitação em termos de aceleração aplicada nos contornos acústico do corpo oscilante.....	85
Figura 33 - Simulação do campo de pressão sonora gerado pelo movimento do corpo variando da posição de extrema esquerda para extrema direita, no período entre 1,35 a 1,354 segundos.....	86
Figura 34 - Pressão sonora no ponto A e aceleração do corpo oscilante.	87

Figura 35 - Resposta simulada da pressão sonora no ponto A com e sem não linearidade geométrica.....	87
Figura 36 - a) modelo com não linearidade geométrica com a fonte partindo da posição central. b) modelo linear com a fonte deslocada 8 mm para esquerda. c) modelo linear com a fonte deslocada 8 mm para direita	88
Figura 37 - Predição numérica da pressão sonora no Ponto A.....	88
Figura 38 - Comparação entre o modelo não linear e o linear do espectro de pressão no ponto A.	89
Figura 39 - Comparação do espectro de pressão nas posições A, B e C.	90
Figura 40 - Comparação da resposta de pressão no tempo nas posições A, B e C.....	90
Figura 41 - Função de entrada do corpo oscilante em termos de deslocamento. a) Auto espectro da função de entrada, e b) variação com o tempo.....	91
Figura 42 - Comparação do espectro de pressão na posição A entre as abordagens CFD e acústica FEM.	92
Figura 43 - Comparação da resposta de pressão acústica na posição A ao longo do tempo entre as abordagens CFD e acústica FEM.	92
Figura 44 - Regiões do domínio para construção da malha semi-estruturada.	93
Figura 45 - Configuração de malha (A) utilizada no modelo CFD.	94
Figura 46 - Configuração de malha (B) utilizada no modelo CFD.	95
Figura 47- Configuração de malha (C) utilizada no modelo CFD.	95
Figura 48 - Configuração de malha (D) utilizada no modelo CFD.	96
Figura 49 - Comparação do espectro de frequência calculada considerando regime laminar e o modelo de turbulência $k - \epsilon$	96
Figura 50 - Ampliação da Figura 49 na região de interesse.	97
Figura 51 - Comparação da resposta de pressão no domínio do tempo considerando regime laminar e o modelo de turbulência $k - \epsilon$	97
Figura 52 - Representação da onda senoidal e distribuição de densidade ao longo da onda.	99
Figura 53 - Distorção da onda devido à diferença de velocidade de partícula no momento da compressão e rarefação.....	100

Figura 54 - Representação do modelo de tubo com formulação de Westervelt.	105
Figura 55 - Pressão acústica radiada na posição $x=1$ m.	106
Figura 56 - Pressão acústica radiada na posição $x=9$ m.	107
Figura 57 - Pressão acústica radiada em na posição $x=16$ m.	107
Figura 58 - Espectro de frequência da pressão radiada na posição $x=1$ m.	108
Figura 59 - Espectro de frequência da pressão radiada na posição $x=9$ m.	108
Figura 60 - Espectro de frequência da pressão radiada na posição $x=16$ m.	109
Figura 61 - Pressão acústica ao longo do tubo.	110
Figura 62 - Pressão acústica em $x=16$ m com excitação $P=10$ Pa.	110
Figura 63 - Posição do ponto A em relação ao centro da circunferência oscilante.	111
Figura 64 - Pressão sonora no ponto A. Comparação entre a abordagem não linear de Westervelt e linear.	112
Figura 65 - Espectro de frequência da pressão sonora no ponto A. Comparação entre a abordagem não linear de Westervelt e linear.	112
Figura 66 - Geometria B com duas fontes oscilantes.	114
Figura 67 - Configurações de malhas utilizadas nos modelos CFD. (a) uma fonte. (b) duas fontes.	115
Figura 68 - Espectro da pressão no ponto A calculada para diferentes amplitudes de deslocamento da fonte.	117
Figura 69 - Resposta de pressão no domínio do tempo para diferentes amplitudes.	117
Figura 70 - Espectro de pressão no ponto A calculada para diferentes frequências de oscilação da fonte.	118
Figura 71 - Resposta de pressão no domínio do tempo para diferentes amplitudes.	118
Figura 72 - Espectro de pressão no ponto A calculada para diferentes fluidos.	119
Figura 73 - Resposta de pressão no domínio do tempo para diferentes fluidos.	119

Figura 74 - Espectro de pressão no ponto A considerando uma e duas fontes.	120
Figura 75 - Resposta de pressão no domínio do tempo para os casos com uma e com duas fontes.	120

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Propriedades do ar.....	75
Tabela 2- Características das malhas computacionais.....	94
Tabela 3 - Incremento de tempo de cada frequência de excitação para ar.	116
Tabela 4 - Propriedades dos fluidos de trabalho.	116

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CFD – *Computational Fluid-Dynamics*

FEM – *Finite Element Method*

ALE – *Arbitrary Lagrangean Eulerian*

DNS – *Direct Numerical Method*

LES – *Large Eddy Simulation*

DES – *Detached Eddy Simulation*

RANS – *Reynolds-Average Navier-Stokes*

APE – *Acoustic Perturbation Method*

FVM – *Finite Volume Method*

CV – *Control Volume*

NRBC – *Non-Reflecting Boundary Condition*

LISTA DE SÍMBOLOS

M_c	– Número de Mach
a	– Amplitude
r_0	– Comprimento característico
k_0	– Número de onda fundamental
c_0	– Velocidade do som no meio
F	– Integral das forças atuantes
F_n	– Componente normal da força
m	– Massa
l	– Deslocamento
p	– Pressão sonora
n	– Direção normal
P	– Pressão total
P_0	– Pressão do meio
ρ	– Densidade local
ρ_0	– Densidade do meio
s_0	– Entropia do meio
t	– Tempo
\vec{u}	– Velocidade de partícula do fluido
Ω_m	– Domínio material
Ω_r	– Domínio de referência
Ω_x	– Domínio espacial
$\hat{\phi}$	– Função transformação
f	– Função transformação
Re	– Número de Reynolds
v	– Velocidade média relativa entre o objeto e o fluido
D	– Dimensão característica
μ	– Viscosidade dinâmica
μ_t	– Viscosidade turbulenta
ε	– Taxa de dissipação de energia cinética turbulenta
Pr	– Número de Prandtl
w, s, e, n	– Pontos de integração do volume finito de massa
Γ_{disp}	– Rigidez da malha
d	– Deslocamento relativo aos locais anteriores da malha

ω – Frequência angular
 f_s – Frequência de amostragem
 f_H – Frequência máxima de interesse
 A – Amplitude
 ϕ – Potencial de velocidade
 B/A – Parâmetro não linear
 γ – Razão entre os calores específicos
 b – Absorção linear no fluido
 β – Coeficiente de não linearidade
 δ – Difusividade do som
 x_{sh} - Distância de formação da onda de choque
 J_n – Função de Bessel
 \boldsymbol{q} – Fonte dipolo
 \boldsymbol{Q} – Fonte monopolo

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	33
1.1. Objetivos	35
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	36
2.1. Introdução.....	36
2.2. Modelo de Frost e Harper.....	37
2.3. Modelo de Roozen, Rutjes e Nijmeijer	40
2.4. Acústica não linear em fluidos	45
2.5. Abordagem CFD em acústica.....	47
3. ABORDAGENS NUMÉRICAS DO CAMPO ACÚSTICO GERADO POR GRANDES AMPLITUDES DE DESLOCAMENTO	51
3.1. Introdução.....	51
3.2. Formulação pela acústica clássica	52
3.2.1. Equação do estado	52
3.2.3. Equação da quantidade de movimento	54
3.2.4. Equação da onda linear.....	54
3.2.5. Abordagem Euleriana-Lagrangeana Arbitrária	54
3.3. Formulação pela dinâmica dos fluidos computacional.....	59
3.3.3. Acoplamento fluido-estrutura.....	64
3.3.4. Metodologia numérica.....	65
3.3.4.1. Acoplamento pressão-velocidade.....	67
3.3.4.2. Funções de forma	68
3.3.4.3. Fronteiras móveis	69
3.4. Validação de resultados.....	70
3.4.1. Configuração do modelo numérico acústico FEM	71

3.4.2.	Simulações em CFD	75
3.4.3.	Resultados.....	77
3.5.	Análise dos efeitos das grandes amplitudes de deslocamento para o caso simplificado de mola.....	78
3.5.2.	Definição do incremento de tempo.....	81
3.5.3.1.	Condições de contorno	82
3.5.3.2.	Fronteira móvel.....	84
3.6.	Resultados.....	85
3.6.1.	Resultados do modelo acústico FEM	85
3.7.	Simulação CFD com modelo de turbulência $k - \varepsilon$	92
4.	ACÚSTICA NÃO LINEAR EM FLUIDOS.....	98
4.1.	Introdução.....	98
4.2.	Equações da acústica não linear	100
4.3.	Solução de Fubini	103
4.4.	Aplicação numérica e verificação da equação de Westervelt.....	104
5.	AVALIAÇÃO POR CFD DO CAMPO ACÚSTICO GERADO POR UM DISCO TÍPICO DE UMA MOLA DE COMPRESSOR.....	114
5.1.	Introdução.....	114
5.2.	Geometria e malha.....	114
5.3.	Condições de contorno e iniciais	115
5.4.	Análises	115
5.5.	Resultados.....	116
6.	CONCLUSÕES.....	122
6.1.	Sugestões para trabalhos futuros	123

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	123
--	------------

1. INTRODUÇÃO

Em um mercado industrial de alta competitividade o contínuo desenvolvimento e aperfeiçoamento tecnológico têm papel fundamental na sobrevivência das empresas. Diante disso, as preocupações com o comportamento acústico de equipamentos têm crescido a cada dia e o sucesso ou o fracasso de um produto pode ser fortemente afetado pelos níveis de ruído gerados pelo mesmo.

Um importante equipamento que é conhecido por ser um emissor de ruído é o compressor. Nos últimos 30 anos diversos estudos foram realizados a respeito deste produto. Sangoi (1983) apresenta um estudo das fontes de ruído e vibrações em compressores herméticos dando início a vários outros trabalhos, entre os quais podem ser citados Diesel (2000), Carmo (2001), Santos (2003) e Lopes (2006), que contribuíram para melhorar as características acústicas dos mesmos. Dentre suas diversas aplicações tem-se o uso em sistemas de refrigeração que utilizam a compressão mecânica do vapor como método de refrigeração. De forma geral, os compressores podem ser classificados em dois tipos: máquinas de deslocamento positivo e máquinas roto-dinâmicas. As máquinas roto-dinâmicas se caracterizam por fornecerem quantidade de movimento ao fluido através do movimento rotativo de um rotor provido de várias pás. O compressor de deslocamento positivo por sua vez submete o fluido a uma variação de volume. Durante seu funcionamento, uma cavidade se abre possibilitando a entrada do fluido através de um orifício. Em seguida a cavidade se fecha e aprisiona o fluido, o qual é conduzido a um orifício de saída em um processo de redução de volume. Desta forma, todo compressor de deslocamento positivo produz um escoamento periódico ou pulsante (PÉREZ-SEGARRA e RIGOLA, 2005). Dentro da classificação de compressores de deslocamento positivo pode-se citar o compressor linear que opera através do movimento de um pistão ao longo de uma trajetória linear para comprimir o gás. Um exemplo de um compressor hermético fabricado pela Empresa Brasileira de Compressores S/A é mostrado na Figura 1.



Figura 1 - Compressor hermético do tipo linear.

Dentre as fontes de ruído de um compressor tem-se: escoamento pulsante do gás de refrigeração, forças de compressão do gás no cilindro, impacto entre partes móveis e forças geradas pelo campo eletromagnético. Dentre as várias fontes de ruído e vibração, este trabalho foi motivado pela necessidade de conhecimento mais profundo do ruído gerado por uma mola helicoidal usada em alguns modelos de compressores, a qual vibra com grandes amplitudes.

Ainda que sejam conhecidos diversos métodos gerais de controle de ruído, realizar uma investigação criteriosa de modo a obter uma maior compreensão deste problema específico pode se tornar uma opção importante por se tratar de um produto de alta competitividade no mercado. Para tanto, a modelagem do componente mola vibrando com grandes amplitudes apresenta como uma poderosa ferramenta neste processo investigatório de compreensão do comportamento acústico gerado pelo mesmo.

O objetivo de estudar o campo acústico gerado pela vibração de molas helicoidais consiste em conhecer seu comportamento a fim de posteriormente determinar soluções adequadas para atenuar ou inibir o ruído gerado por este componente.

No Capítulo 2 será apresentada uma breve revisão bibliográfica, destacando dois principais trabalhos relacionados à geração de campo acústico por fontes com grandes amplitudes de deslocamento. Além

disso, são apresentados também alguns trabalhos que abordam a formulação da equação da onda não linear e aplicações de CFD (*Computational Fluid-Dynamics*) em problemas de acústica.

O Capítulo 3 apresenta e discute dois procedimentos numéricos utilizados para descrever o campo acústico gerado por fontes com grandes amplitudes de deslocamento. Ainda neste capítulo é feita a análise do efeito gerado por este tipo de fonte.

O quarto capítulo apresenta os efeitos da não linearidade presente no fluido, mostrando possíveis contribuições ao campo acústico para o caso analisado.

No Capítulo 5 é feita uma análise numérica através da abordagem CFD verificando a influência de alguns parâmetros comuns à aplicação de compressores.

Finalmente no Capítulo 6 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

1.1. Objetivos

Este trabalho, em âmbito geral, objetiva modelar, simular e caracterizar o campo acústico gerado pela vibração de um componente de seção circular com grandes deslocamentos em movimento de translação.

Os objetivos específicos são:

- conhecer o comportamento acústico causado por oscilação de objetos com grandes amplitudes de deslocamento;
- desenvolver e verificar um modelo numérico por FEM bidimensional que represente satisfatoriamente os efeitos de grandes amplitudes de deslocamento da fonte;
- desenvolver um modelo numérico em CFD, bidimensional, que represente as flutuações de pressão acústica no fluido causada pela oscilação com grandes deslocamentos da fonte;
- analisar possíveis contribuições de não linearidades do fluido presente ao campo acústico;
- avaliar efeitos de parâmetros comuns à aplicação de compressores no campo acústico gerado pelas grandes amplitudes de deslocamento da fonte.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Introdução

O objetivo principal deste capítulo é apresentar o estado da arte no que diz respeito ao estudo do campo acústico gerado por fontes com grandes amplitudes de deslocamento. Pode-se afirmar que a literatura técnica referente a este assunto não é vasta.

A radiação acústica de corpos oscilantes é usualmente tratada como um fenômeno linear onde as amplitudes de vibração dos corpos são pequenas comparadas às suas dimensões. Entretanto, no caso em que as amplitudes de vibração dos corpos não podem ser consideradas em um sistema fixo de coordenadas, surgem efeitos de não linearidade no campo acústico.

Na literatura clássica de acústica, as fontes sonoras são normalmente consideradas tendo pequena amplitude de deslocamento, o que resulta em um campo acústico relacionado linearmente com a amplitude de movimento. Para fontes acústicas considerando os efeitos de grandes amplitudes, foram encontrados poucos estudos que abordam tal tema. Devido a isto, esta seção irá expor os resultados de dois artigos que abordam este assunto. O primeiro trabalho foi publicado por Frost e Harper (1975) com uma abordagem fundamentada na solução da equação de movimento, válida para um limite de pequeno número de *Mach*. Nesta abordagem foram usadas aproximações assintóticas, e não foram considerados os efeitos das não linearidades do fluido. A distorção harmônica se deve inteiramente às grandes amplitudes de movimento do objeto. O segundo trabalho, publicado recentemente por Roozen, Rutjes e Nijmeijer (2010), apresenta uma abordagem numérica e experimental do mesmo fenômeno (grandes deslocamento de fonte) também para número de *Mach* pequeno. Roozen et. al (2010) chama o efeito da distorção harmônica de não linearidade acústica geométrica. A abordagem numérica é feita através do Método dos Elementos Finitos (FEM – *Finite Element Method*), utilizando comportamento linear para o fluido em combinação com o método da malha móvel. Uma análise experimental demonstra a validade da técnica de análise para o fenômeno de não linearidade acústica geométrica.

Os estudos apresentados nestas publicações serão abordados mais detalhadamente em função da afinidade com o tema desta dissertação. Grande parte dos estudos relacionados à acústica não linear é focada em fenômenos onde a não linearidade é causada pelo fluido,

efeito conhecido também por fenômeno de amplitude finita (*finite amplitude wave*).

2.2. Modelo de Frost e Harper

Frost e Harper (1975) analisaram a radiação sonora de superfícies oscilando com grandes amplitudes e pequeno número de *Mach*. O efeito de não linearidade acústica discutido aqui se refere ao campo acústico gerado o qual não corresponde exatamente ao movimento da fonte, ou seja, uma fonte que apresenta um movimento senoidal gera um campo acústico não proporcional a este movimento. Tal fenômeno é possível devido às grandes amplitudes de deslocamento da fonte. Ao ser tratado como grande deslocamento significa que o movimento não pode ser adequadamente especificado como uma pequena perturbação no espaço fixo de coordenadas.

É importante salientar que as não linearidades acústicas geométricas são diferentes das não linearidades presentes na equação do movimento e equação do estado. As não linearidades das duas equações citadas devem-se aos efeitos do fluido e constituem a maior parte da literatura de acústica não linear. Efeito conhecido também por fenômenos de amplitude finita.

O trabalho de Frost e Harper demonstra através de uma análise assintótica que para pequenos valores de número de Mach o movimento harmônico simples de um corpo rígido gera um campo acústico rico em harmônicas quando a amplitude de oscilação é grande. Os autores mostram estes efeitos através de dois exemplos de movimentos harmônicos de uma esfera impermeável. Trata-se de uma esfera de raio r_0 pulsando com amplitude a e uma esfera também de raio r_0 oscilando com amplitude a . Estes dois movimentos representam fontes sonoras do tipo monopolo e dipolo, respectivamente. Segundo os autores, o conteúdo espectral rico em harmônicas é atribuído fundamentalmente ao movimento da condição de contorno e não às não linearidades no fluido.

Os resultados de Frost e Harper foram obtidos utilizando o método das expansões assintóticas combinadas (*Matched Asymptotic Expansions*), para fazer a conexão entre o campo acústico distante da fonte e o campo próximo à fonte, que por sua vez apresentam comportamentos distintos. Ou seja, o método é aplicável para problemas de irradiação acústica de fontes com grandes deslocamentos e pequeno número de Mach, e adequado para separar os efeitos de grandes deslocamentos dos efeitos de não linearidade no fluido.

A formulação considera que a estrutura gera um campo acústico que se deve a um movimento harmônico simples do corpo tridimensional, onde o movimento ocorre em um fluido sem viscosidade e em repouso. Considera também que a amplitude do movimento da estrutura é da ordem do comprimento característico do corpo. A restrição de um número de *Mach* pequeno leva a considerar que em todos os pontos do fluido a velocidade de partícula é pequena em comparação com a velocidade do som c . Esta restrição está diretamente relacionada com a amplitude e frequência da superfície oscilante. Para os casos clássicos de problemas de acústica, trabalha-se com uma faixa ampla de frequências, porém a amplitude do movimento da fonte é suficientemente pequena para justificar tal restrição. O interesse da pesquisa apresentada neste trabalho, entretanto, está no fenômeno onde a amplitude de oscilação da fonte é da mesma ordem de sua dimensão característica. Em tais casos a equação do movimento linearizada ainda é válida desde que respeitado a restrição do número de *Mach*. O número de *Mach* na superfície oscilante, M_c , é dado por

$$M_c \propto \left(\frac{a}{r_0}\right)(k_0 r_0), \quad (2.1)$$

onde a representa a amplitude de oscilação, r_0 o comprimento característico do corpo, k_0 o número de onda fundamental $\frac{2\pi f_0}{c_0}$ e c_0 a velocidade do som no meio.

Considera-se o limite quando

$$(k_0 r_0) \rightarrow 0 \text{ e } \left(\frac{a}{r_0}\right) \sim 1. \quad (2.2)$$

ou ainda

$$M_c \ll 1. \quad (2.3)$$

De forma geral os autores propõem a obtenção de uma solução assintótica da equação não linear do movimento sujeita a uma condição de contorno dependente do tempo e associado ao movimento da superfície radiante.

A característica incomum deste problema refere-se à condição de contorno não ser linearizada, ou seja, não pode ser considerada como uma pequena amplitude de deslocamento e aproximada como uma superfície fixa no espaço. Em cada instante de tempo a componente

normal de velocidade do fluido deve ser igual à componente normal de velocidade da superfície rígida em cada ponto da superfície oscilante.

A partir da equação de movimento, são definidas variáveis adimensionais e duas regiões de interesse para construir a expansão assintótica:

- a) Região próxima: é a região da ordem da dimensão característica do corpo.
- b) Região distante: é a região da ordem de grandeza do comprimento de onda.

Dividindo a abordagem em duas regiões são obtidas soluções específicas para cada uma delas. A solução obtida a partir da aproximação da região próxima consiste em uma relação não linear entre o movimento do corpo rígido e o fluido circundante. A construção da abordagem na região distante é feita com o objetivo de obter uma solução que apresente a forma pela qual as distorções harmônicas da solução interna se propagam no campo acústico distante da fonte.

A solução é aplicada para o caso da uma esfera oscilante tendo um sistema de coordenadas fixo no espaço e outro fixo em relação ao corpo (Figura 2).

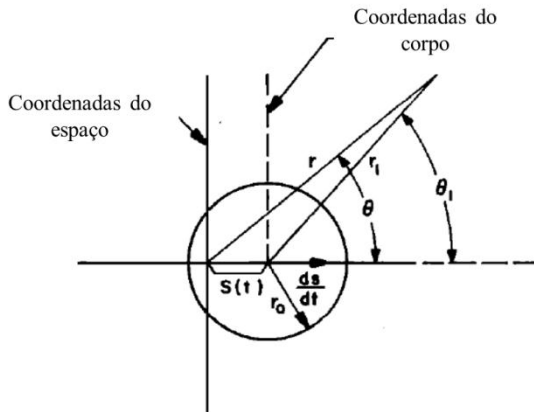


Figura 2 - Sistemas de coordenadas utilizadas para o problema de esfera oscilante. Fonte: FROST e HARPER (1975)

Através de métodos assintóticos os autores obtêm uma formulação dada em termos do potencial de velocidade que define a ordem de grandeza da variável acústica em posições afastadas da fonte. Para o caso da esfera oscilante com grandes amplitudes, os autores concluem que em um ponto localizado no eixo de oscilação distante da

fonte, o sinal de máxima intensidade é a da frequência fundamental de oscilação da fonte. No entanto, no plano de simetria normal ao eixo de oscilação da fonte, o sinal de maior intensidade é a segunda harmônica da frequência fundamental.

2.3. Modelo de Roozen, Rutjes e Nijmeijer

Roozen et al. (2010) apresentam um estudo da radiação sonora de corpos rígidos oscilantes com grandes amplitudes e baixo número de Mach. Este trabalho foi aplicado visando compreender os efeitos físicos da não linearidade geométrica de uma placa em movimento harmônico. Um modelo em elementos finitos (Figura 3) foi desenvolvido e validado por meio de experimentos (Figura 4) no qual foi medida a pressão sonora irradiada pela placa oscilando com grandes amplitudes de deslocamento. A resposta de uma esfera de poliestireno pendurada próxima à placa, sendo excitada pelas ondas sonoras radiadas pela placa, também é medida. O objetivo deste experimento foi demonstrar a validade do modelo em elementos finitos para prever o campo acústico não linear quanto à excitação de estruturas secundárias próximas ao corpo vibrante.

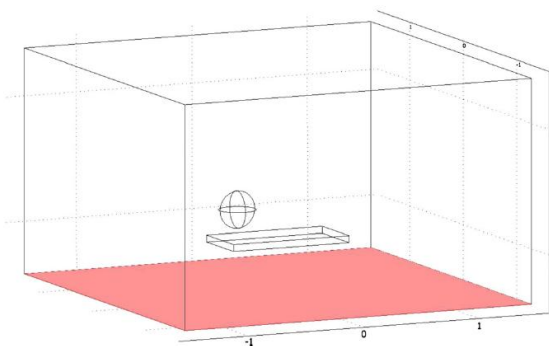


Figura 3 - Modelo idealizado da cavidade acústica, placa e esfera. Fonte: ROOZEN, RUTJES e NIJMEIJER (2010).

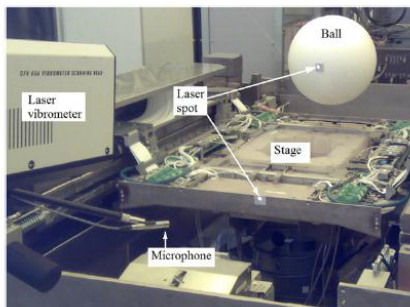


Figura 4 - Configuração do experimento, com a placa, esfera de poliestireno, microfone e vibrômetro a laser. Fonte: ROOZEN, RUTJES e NIJMEIJER (2010).

A partir desta configuração de experimento os efeitos de não linearidade geométrica são estudados em detalhe, tanto experimentalmente quanto numericamente.

O modelo de elementos finitos desenvolvido descreve a radiação acústica de corpos oscilando com grandes amplitudes de deslocamento. As grandes amplitudes causam efeitos de não linearidade geométrica que resultam em campos acústicos ricos em harmônicas, embora o fluido ainda se comporte linearmente. A abordagem numérica utilizou a formulação Lagrangeana-Euleriana Arbitrária para representar os efeitos da não linearidade geométrica, por meio da malha móvel adaptativa. Desta forma, os efeitos não lineares se concentram na não linearidade geométrica da grande amplitude do corpo e admite-se o fluido como modelo linear.

Segundo os autores, a aplicabilidade deste modelo somente é válida para pequenos números de *Mach* acústico, de forma análoga ao trabalho de Frost e Harper (1975). Para que as não linearidades do fluido possam ser desconsideradas admite-se que o valor do número de *Mach* acústico seja muito menor que um.

Portanto, o domínio acústico do modelo que compreende o volume de ar ao redor do corpo oscilante é calculado utilizando a equação harmônica de Helmholtz no domínio do tempo.

A estrutura secundária representada pela esfera de poliestireno no experimento é modelada como um corpo rígido. A equação utilizada para calcular o deslocamento global da estrutura é

$$F = \int_A F_n dA = m \frac{\partial^2 l}{\partial t^2}, \quad (2.4)$$

onde m é a massa do corpo rígido, $l = (x, y, z)$ são os deslocamentos globais em cada direção e F é a integral das forças que atuam na superfície A da estrutura secundária. A força F_n é componente normal da força dada por

$$F_n = p n, \quad (2.5)$$

onde n representa a direção normal à superfície e p , a pressão sonora.

Para permitir o movimento do corpo com grande deslocamento é utilizado neste modelo o método da Malha Móvel. Consiste em redefinir a malha ao longo do tempo, adaptando-se às características da nova geometria. Uma malha deformada pode ser útil no caso do limite do seu domínio computacional estar movendo-se com o tempo, ou deformando-se com uma função. Neste caso, a formulação Lagrangeana-Euleriana Arbitrária é usada para permitir a resolução do problema envolvendo grandes deslocamentos.

A técnica utilizada neste modelo fez uso de uma coordenada espacial (x, y) e outra coordenada do nó da malha na condição inicial não deformada (X, Y) . Para descrever a coordenada espacial (x, y) no mesmo nó da malha na configuração deformada após um instante t são utilizadas as seguintes funções,

$$x = x(X, Y, Z, t), \quad y = y(X, Y, Z, t), \quad z = z(X, Y, Z, t) \quad (2.6)$$

Essas funções fazem a transformação de coordenadas para relacionar os dois quadros. Na Figura 5 são representadas as duas coordenadas na condição não deformada e deformada.

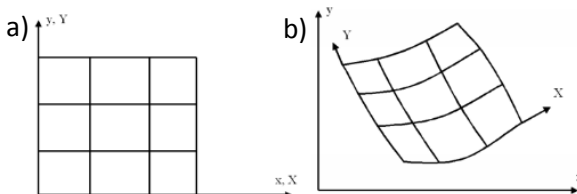


Figura 5 – Exemplo de malha a) não deformada e b) deformada com as coordenadas de referência e espacial. Fonte: COMSOL USER GUIDE (2012).

O movimento da placa é dado na forma de condição de contorno de aceleração prescrita no contorno do domínio acústico. O sinal de entrada do modelo é representado na Figura 6.

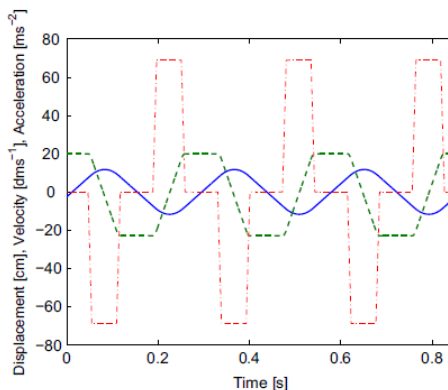


Figura 6 - Condição de entrada do movimento da placa, --- deslocamento, --- velocidade, — — — aceleração. Fonte: ROOZEN, RUTJES e NIJMEIJER (2010).

Observa-se que o sinal mostrado na Figura 7 representa uma composição de harmônicas e não de um sinal tonal. O sinal de deslocamento que aparenta ser uma função senoidal pura no domínio do tempo perde a forma de uma onda pura à medida que é derivado para velocidade e aceleração. O sinal de aceleração usado como entrada para representar o movimento da placa representa uma composição de harmônicas ímpares conforme a característica do próprio sinal de entrada, sendo a frequência fundamental do movimento 3,52Hz. Esta condição pode ser observada no espectro de frequência do sinal, mostrado na Figura 7.

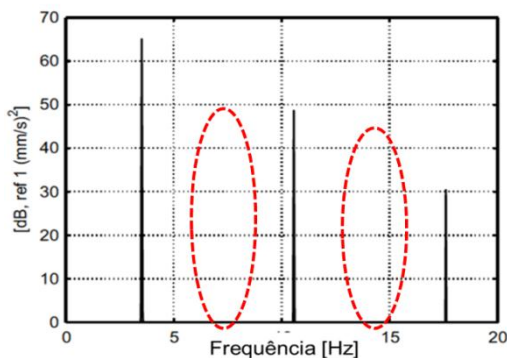


Figura 7 - Espectro de frequência do sinal de entrada. Fonte: ROOZEN, RUTJES e NIJMEIJER (2010).

Os resultados da simulação foram validados através de dados experimentais obtidos na bancada mostrada de forma esquemática na Figura 8.

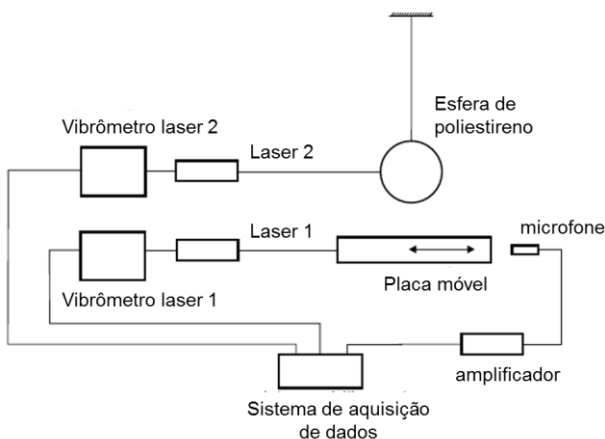


Figura 8 – Configuração esquemática do experimento para análise acústica do movimento da placa. Fonte: ROOZEN, RUTJES e NIJMEIJER (2010).

As simulações foram realizadas utilizando a condição de entrada da placa mostrada na Figura 7. A aceleração é aplicada no contorno do domínio acústico que por sua vez força o deslocamento da placa sobre a malha. Nas simulações, foi calculado o campo de pressão sonora em volta da placa em movimento, assim como o movimento da esfera.

O resultado obtido pelos autores é apresentado na Figura 9, que mostra o espectro de pressão sonora na posição do microfone obtido através da simulação não linear e pelo experimento. Nota-se a presença de harmônicas pares que não fazem parte do sinal de entrada. O surgimento dos novos harmônicos é atribuído à não linearidade geométrica. Devido à grande amplitude de deslocamento, as superfícies que geram a pressão sonora encontram-se em posições distintas em relação ao microfone durante a aceleração e desaceleração. Segundo os autores, isso causa diferenças no comportamento da pressão medida durante a compressão e rarefação ao longo do tempo. O sinal da resposta obtida é uma função assimétrica no tempo que só pode ser descrito por meio de harmônicos pares e ímpares. O pico que se encontra entre o terceiro e quarto harmônico na resposta experimental, segundo os

autores, se trata de ruído de fundo, uma vez que o mesmo é captado também quando não há movimento da placa.

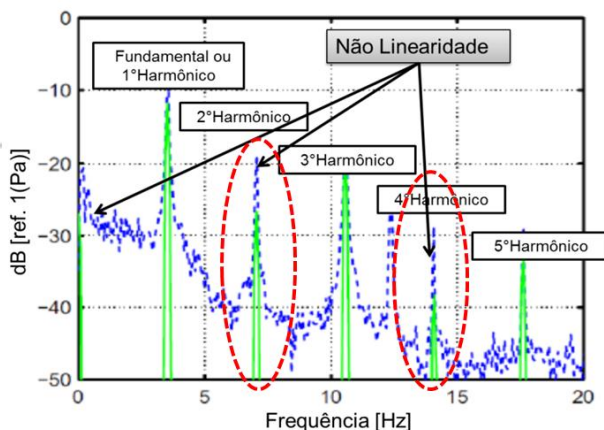


Figura 9 – Comparação entre o auto espectro de pressão sonora experimental e numérica na posição do microfone.

Em ambos os trabalhos apresentados nesta Seção, a análise é limitada pela condição de pequeno número de *Mach*. Análises em que o número de *Mach* ultrapassa a condição imposta exigem uma formulação mais completa da equação da onda considerando os efeitos cumulativos.

2.4. Acústica não linear em fluidos

Fenômenos acústicos onde a teoria linear da onda não mais representa satisfatoriamente o problema devido a elevados níveis de pressão sonora são conhecidos como ondas de amplitude finita (*finite amplitude wave*). As teorias para propagação de ondas de amplitude finita foram inicialmente discutidas no século 18 e início do século 19 por Euler, Poisson e Lagrange (HAMILTON e BLACKSTOCK, 1998). A partir de então o interesse pela acústica não linear vem crescendo expressivamente.

Um dos fenômenos não lineares mais importantes na propagação de ondas de amplitudes finitas é a deformação da onda. Esse efeito é mais acentuado quanto maior a frequência das ondas, portanto, o estudo da não linearidade acústica tem se tornado importante em aplicações de alta frequência como o caso de ultrassom. No trabalho de Liu et. al (2000) foram estudadas os efeitos não lineares na propagação

de ondas de amplitude finita em frequências e amplitudes de aplicações biomédicas de equipamentos de ultrassom. Observou-se que devido aos efeitos não lineares a distância de alcance das ondas do equipamento era reduzida. Outros trabalhos como os realizados por Cai e Ødegard (2000) e Hoffelner *et. al* (2001) fazem uma abordagem não linear em problemas envolvendo ultrassom utilizando a equação de Kuznetsov (KUZNETSOV, 1971). No entanto, as não linearidades não se limitam somente às altas frequências. A geração de ondas de amplitude finita ocorre também em campos acústicos onde ocorrem ressonâncias, como o caso de uma cavidade, podendo também estar presente na propagação de ondas a longas distâncias.

Walsh (2007) aplicou a equação da onda não linear de Kuznetsov e demonstrou numericamente a diferença entre a abordagem linear e não linear no caso de um tubo com comprimento suficiente longo para formação da onda de choque (Figura 10). O autor apresenta uma comparação da pressão sonora radiada em uma cavidade quando excitada na frequência de ressonância usando a formulação linear e não linear (Figura 11). Através da solução analítica de Fubini (HAMILTON e BLACKSTOCK, 1998) é feita a validação do modelo numérico.

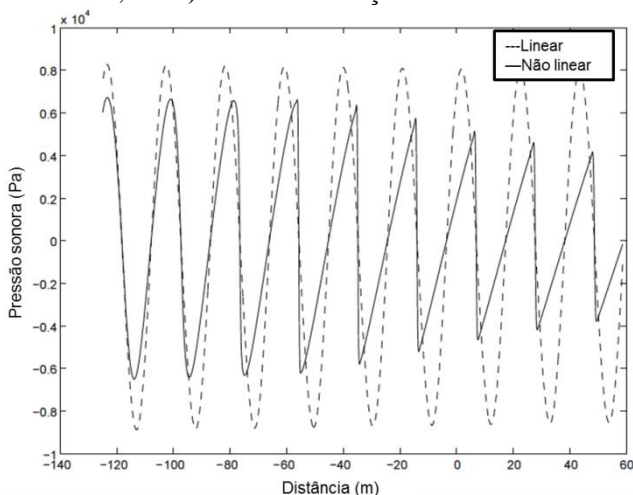


Figura 10 – Formação da onda de choque em um tubo pela teoria não linear de acústica. Fonte: WALSH (2010).

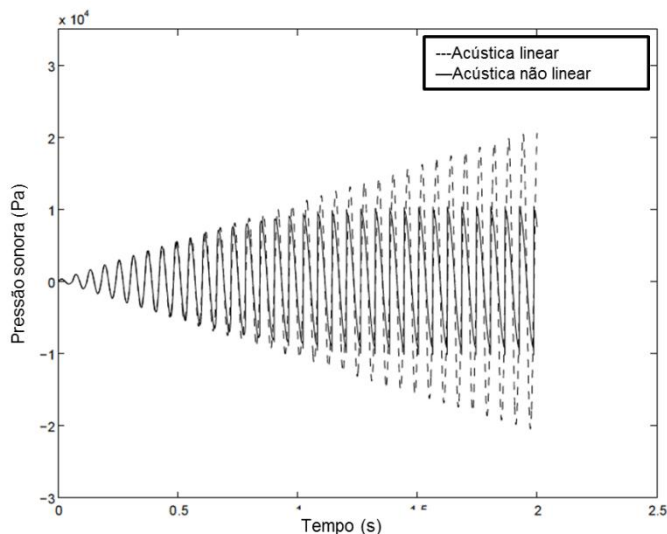


Figura 11 – Comparação da pressão sonora em uma cavidade sendo excitada na frequência de ressonância, utilizando teoria linear e não linear de acústica.

Fonte: WALSH (2010).

Rasmussen (2009) faz uma análise detalhada comparando diferentes modelos de equação da onda não linear aplicados para gases perfeitos e outros fluidos. A fim de avaliar a precisão das equações de onda, suas soluções são comparadas às formulações lineares das quais elas derivam.

2.5. Abordagem CFD em acústica

A utilização de CFD (*Computational Fluid-Dynamics*) na abordagem de problemas de acústica tem sido largamente utilizada nas últimas décadas. Diversas teorias bastante conhecidas como a Analogia Acústica de Lighthill e suas variações vêm sendo aplicadas com sucesso no campo da acústica. No entanto, observa-se que o foco das aplicações de CFD na área de acústica está mais especificamente no campo da aeroacústica, onde a fonte sonora está relacionada ao desprendimento de vórtices no escoamento. Publicações relacionadas à aeroacústica são inúmeras, na qual podem ser citados os trabalhos de Liu (2012), Wu (2011), Carlos (2010) e Verhoeven (2011), que procuram prever o ruído gerado pelo escoamento de um fluido interagindo com uma estrutura associada.

Middelberg *et al.* (2004) utilizaram a abordagem CFD para prever o comportamento acústico de *mufflers* (silenciadores ou filtros acústicos). Ao fluxo de entrada do filtro é aplicada uma flutuação de pressão na faixa de frequência de interesse observando, assim, o quanto a pressão é atenuada na saída do filtro. Utilizou o modelo de turbulência $k - \varepsilon$ para prever os efeitos de turbulência no fluido. O resultado obtido é comparado aos resultados experimentais de Selamet e Radavich (1997) mostrando que a abordagem de CFD pode ser utilizada para prever o comportamento acústico de *mufflers* com diferentes configurações de volume (Figura 12). Observou-se que a concordância entre a abordagem CFD e a experimental é melhor para frequências abaixo de 1 kHz.

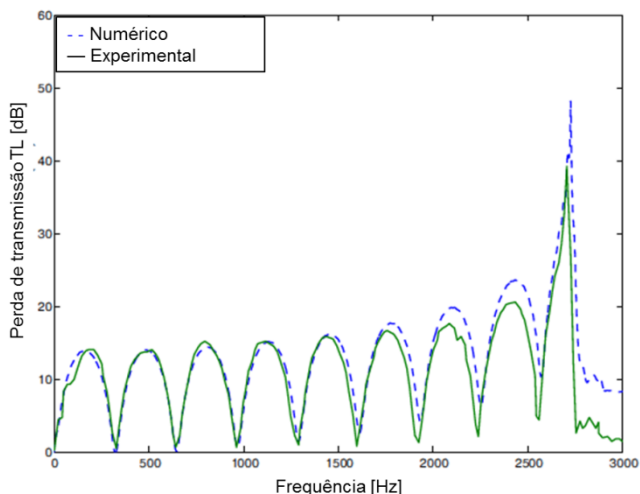


Figura 12 - Comparação da Perda de Transmissão (*Transmission Loss*) entre o resultado numérico em CFD com resultado experimental. Fonte: MIDDELBERG ET. AL. (2004).

Entende-se que a simulação numérica por meio de CFD para predição de irradiação acústica de estruturas não é interessante em boa parte dos casos devido à maior complexidade computacional envolvida. A abordagem utilizando teorias da própria acústica baseada na equação da onda são mais práticas e computacionalmente menos onerosas.

A propagação de ondas sonoras e o ruído gerado pelo escoamento pode muito bem ser representado pelas equações fundamentais de continuidade, de conservação da quantidade de movimento e de energia combinados com a equação do estado. Estas

equações dão origem às equações de Navier Stokes. A grande vantagem da abordagem CFD é a capacidade de considerar fontes de ruído oriundas do escoamento. No entanto, sua utilização para abordar problemas com fontes de origem mecânica continua sendo válida, exemplo disso são os problemas considerando acoplamento fluido-estrutura.

3. ABORDAGENS NUMÉRICAS DO CAMPO ACÚSTICO GERADO POR GRANDES AMPLITUDES DE DESLOCAMENTO

3.1. Introdução

Este capítulo apresenta a análise do efeito das grandes amplitudes de deslocamento no campo acústico gerado. Neste problema as não linearidades concentram-se nas condições de contorno, uma vez que o meio fluido é tratado de forma linear. A análise deste efeito é realizada por meio de duas abordagens numéricas diferentes. A primeira abordagem em um modelo acústico baseado na equação da onda. A representação do campo acústico gerado por fontes oscilando com grandes deslocamentos é baseada na abordagem utilizada por Roozen e Nijmeijer (2010). Neste modelo numérico utilizou-se o Método dos Elementos Finitos, sendo o domínio acústico modelado apresentando comportamento linear e através da ferramenta numérica do método da malha móvel, são considerados os efeitos de grandes deslocamentos. O segundo modelo numérico consiste na utilização da teoria de dinâmica dos fluidos computacional (CFD) para prever o campo de pressão gerado. Em ambos os casos tem-se interesse no campo acústico próximo da fonte.

Inicialmente, são descritas a fundamentação teórica e particularidades do modelo acústico FEM e do modelo CFD. Para a análise acústica são detalhadas a obtenção da equação da onda linear e a formulação Euleriana Lagrangeana Arbitrária, que permite a consideração das grandes amplitudes de deslocamento da fonte. Em seguida, será descrita a utilização da abordagem CFD para problemas de acústica, além de métodos computacionais para CFD, o modelo de turbulência $k - \varepsilon$, entre outras considerações sobre a metodologia numérica adotada.

Na etapa seguinte, os resultados numéricos e experimentais de Roozen e Nijmeijer (2010) são utilizados para efeitos de comparação para verificação das abordagens numéricas. E, finalmente, as duas abordagens são utilizadas para analisar os efeitos das grandes amplitudes de deslocamento da fonte no caso simplificado de uma mola.

3.2. Formulação pela acústica clássica

Pode-se afirmar que a formulação para acústica clássica que descreve a propagação de uma onda já foi estudada exhaustivamente no meio acadêmico. Entretanto, a dedução da equação linear da onda será aqui reapresentada salientando as condições e considerações limitantes da equação da onda.

A equação da onda clássica permite a obtenção da pressão no fluido gerada por uma fonte de vibração respeitando as devidas restrições impostas na sua formulação.

A obtenção da equação da onda se dá por meio das equações do estado, de conservação da massa e da conservação da quantidade de movimento. Para obtenção da formulação da equação da onda clássica, são feitas algumas considerações:

- O fluido não apresenta comportamento viscoso
- A propagação da onda é um processo adiabático
- A amplitude de onda sonora é relativamente pequena, de modo que as variações de densidade do meio são pequenas quando comparadas ao seu valor de equilíbrio.

Essas hipóteses são consideradas no desenvolvimento da equação da onda válida para comportamento linear com a amplitude, e sem perdas. Trata-se de ótima aproximação para ondas de pequenas amplitudes e baixos níveis de pressão sonora.

3.2.1. Equação do estado

A equação do estado é uma equação termodinâmica que descreve o estado da matéria sob um conjunto de condições físicas. Trata-se de uma equação constitutiva a qual provê uma relação entre funções do estado associados com a matéria, tais como temperatura, pressão, densidade, energia interna, entropia e entalpia.

Observando que os processos acústicos considerados nesse equacionamento são aproximadamente isentrópicos, a troca de energia térmica entre camadas adjacentes do fluido e as perdas viscosas são desprezadas. Nessas condições, a entropia do fluido permanece aproximadamente constante. Desta forma, pode-se escrever uma relação entre a pressão sonora e a densidade, considerando entropia constante utilizando uma expansão em série de Taylor

$$p = P - P_0 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{s_0, \rho_0} (\rho - \rho_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right)_{s_0, \rho_0} (\rho - \rho_0)^2 + \dots \quad (3.1)$$

sendo P e P_0 a pressão total e do meio, respectivamente, ρ é a densidade local, e ρ_0 a densidade do meio e s_0 é a entropia do meio.

As derivadas parciais desta expansão são constantes determinadas para compressão isentrópica e expansão do fluido em torno de sua densidade de equilíbrio.

Considerando acústica linear, apenas os termos de primeira ordem da expansão são considerados. Obtém-se assim, uma relação linear entre a flutuação de pressão e a mudança de densidade. Na Seção 3.2 o desenvolvimento da equação da onda é feito considerando termos adicionais da expansão de Taylor, onde o processo de compressão e rarefação na onda acústica tem relação não linear com a pressão.

A primeira derivada da pressão em relação à densidade representa o quadrado da velocidade do som no meio.

$$c_0^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}. \quad (3.2)$$

3.2.2. Equação da Continuidade

Também conhecida por equação da conservação da massa, a equação da continuidade relaciona a taxa de variação da massa no interior de um elemento de volume infinitesimal. Esta fornece uma relação entre a velocidade de partícula \vec{u} do fluido com sua densidade instantânea, dada por

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0. \quad (3.3)$$

A introdução da equação da continuidade na obtenção da equação da onda linear se dá pela linearização das grandezas acústicas que apresentam pequenas variações em torno dos valores de equilíbrio. Neste caso, a variação de densidade na perturbação acústica é considerada pequena o suficiente para ser desprezada e a equação da continuidade pode, então, ser escrita na forma

$$\frac{\partial p}{\partial t} + c^2 \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (3.4)$$

Através da relação termodinâmica do Estado com entropia constante, uma variação infinitesimal da pressão pode ser expressa por

$$\frac{\partial p}{\partial t} = c_0^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (3.5)$$

e a equação da continuidade assume a seguinte forma:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 c_0^2 \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0. \quad (3.6)$$

3.2.3. Equação da quantidade de movimento

As equações da conservação da quantidade de movimento são deduzidas a partir de um balanço de forças/quantidade de movimento referente a um volume infinitesimal de fluido. Desprezando as forças de campo e as viscosas, estas equações podem ser escritas na forma

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\vec{\nabla} p. \quad (3.7)$$

Desprezando os termos convectivos da derivada da velocidade de partícula, u , em relação ao tempo e para pequenas variações de densidade em relação à do meio, obtém-se

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p. \quad (3.8)$$

3.2.4. Equação da onda linear

A fim de se eliminar o termo \vec{u} das equações 3.6 e 3.8, aplicam-se as derivadas cruzadas obtendo-se, assim, a equação da onda linearizada,

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0. \quad (3.9)$$

3.2.5. Abordagem Euleriana-Lagrangeana Arbitrária

Análises de objetos vibrantes com grandes amplitudes necessitam ser tratados como problema de fronteira móvel, em que a superfície do domínio movimenta-se induzindo uma modificação geométrica do domínio ao longo do tempo. No presente trabalho, a estratégia adotada consiste em modificar unicamente a posição dos nós

ao longo do tempo sem alterar o arranjo estrutural de elementos que constituem a malha. Esta abordagem é mostrada na Figura 13. Nesse contexto, é estabelecida uma formulação que considera um algoritmo de malha móvel.

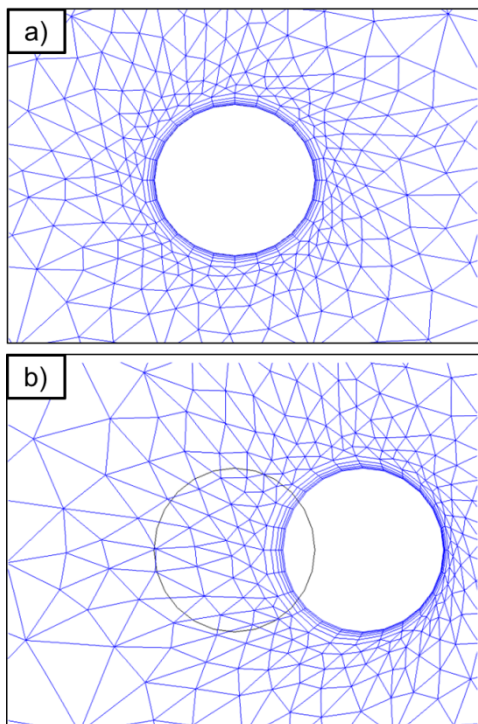


Figura 13 – Exemplo de malha não deformada (a) e deformada (b), mantendo o arranjo estrutural dos elementos.

As equações diferenciais que regem o comportamento de um fenômeno físico são normalmente formuladas ou em um sistema de coordenadas espacial com eixo de coordenadas fixo no espaço, ou em sistemas de coordenadas materiais fixados no material com suas configurações de referência e acompanhando a deformação do material. Este primeiro caso se refere à formulação Euleriana, e o segundo é conhecido como formulação Lagrangeana. No entanto, para permitir a representação de grandes amplitudes de deslocamentos da fonte é utilizada a abordagem conhecida como formulação Euleriana-Lagrangeana Arbitrária (ALE - *Arbitrary Lagrangean-Eulerian*) que combina as vantagens das abordagens Euleriana e Lagrangeana.

Entre a abordagem Lagrangeana, citam-se, por exemplo, os métodos onde a malha move-se juntamente com o escoamento. Nesta formulação define-se uma região material formada por um conjunto de partículas de fluido, denominado *volume de controle* Lagrangeano, ou uma região do material. Além de problemas de escoamentos de fluido, esta abordagem é utilizada também em modelos de mecânica estrutural que abordam uma possível anisotropia de materiais, normalmente sólido, que são mais convenientes de simular usando coordenadas materiais. A formulação Lagrangeana faz com que as propriedades anisotrópicas do material sejam independentes da orientação espacial do material (COMSOL USER GUIDE, 2012).

Já na formulação Euleriana, define-se uma região fixa no espaço que não se deforma em relação ao tempo onde o comportamento do domínio será estudado. Um problema inerente à formulação puramente Euleriana refere-se ao fato de que esta não pode tratar do movimento dos limites do domínio, uma vez que as grandezas físicas referem-se a pontos fixos no espaço enquanto que o conjunto de pontos espaciais dentro dos limites do domínio muda com o tempo. Portanto, para permitir o movimento das fronteiras a equação Euleriana necessita ser reescrita de forma a descrever todas as grandezas físicas em função de um sistema de coordenadas em que as fronteiras são fixas, no caso, as coordenadas da malha. No sistema de coordenadas da malha, o domínio é fixo e há um mapa de uma-a-uma coordenada da malha para a atual coordenada espacial do domínio. Caso contrário, o sistema de coordenadas da malha poderia ser definido livremente e separado de ambos os sistemas espaciais e materiais.

Reescrevendo a equação desta maneira, em uma malha movimentando-se livremente, resulta no método Euleriano-Lagrangeano Arbitrário. No caso especial onde o mapa da coordenada da malha para a coordenada espacial segue a deformação do material, o método Lagrangeano é restaurado. De modo semelhante, quando o mapa é o mapa identidade, o método ALE se torna inteiramente Euleriano.

O método ALE é, desta forma, um método intermediário entre o Lagrangeano e o Euleriano que combina os melhores recursos dos dois. Permite o movimento dos limites sem a necessidade do movimento da malha para seguir o material. Basicamente, o método consiste em reescrever as equações de movimento do fluido de modo a compreender a movimentação da geometria e, por consequência, da malha. Esta reformulação é feita por meio de um remapeamento do domínio, partindo de uma configuração inicial para uma configuração final, ocorrida em um dado período.

Antes de fundamentar matematicamente a formulação ALE é válido ressaltar as seguintes definições:

- Domínio espacial é o domínio comum, fixo, global, definido pelo sistema de coordenadas global. Na formulação ALE o sistema de coordenadas espaciais em si é fixo, embora a coordenada espacial de um nó ou de uma malha possa ser função do tempo.
- Domínio material é definido pelo sistema de coordenadas que identifica pontos materiais por suas coordenadas espaciais em uma configuração de referência.
- Domínio referencial define os pontos da geometria original através do sistema de coordenada espacial.

Baseando-se em Fortes (2008) será descrita a variação no tempo das propriedades macroscópicas do fluido em um referencial movendo-se com velocidade arbitrária e utilizando a formulação ALE. Considerando os domínios, material como Ω_m , de referência como Ω_r e espacial como Ω_x , mostrados na Figura 14, na formulação ALE os domínios Ω_r e Ω_m apresentam movimento, enquanto Ω_x está fixo.

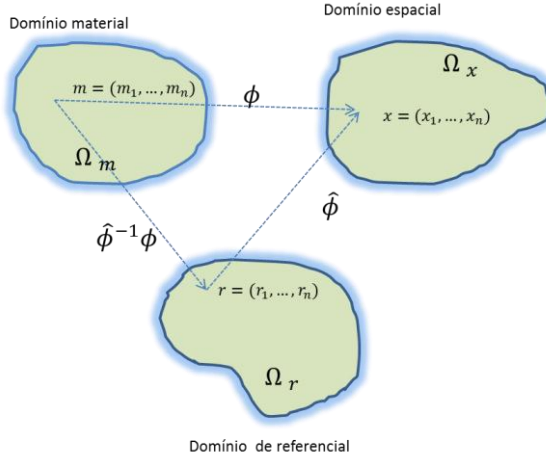


Figura 14 – Domínios utilizados na formulação ALE.

Quando uma partícula de fluido que ocupa o domínio Ω_m se move para um ponto x em um dado instante de tempo t no domínio espacial, o movimento de um fluido pode ser descrito por uma transformação ϕ tal que $x = \phi(m, t)$. Define-se, assim, a velocidade da partícula do fluido no domínio espacial como

$$u = \frac{\partial x}{\partial t} \Big|_m = \frac{\partial}{\partial t} \phi(m, t). \quad (3.10)$$

De forma análoga, seja $\hat{\phi}$ a transformação que descreve o movimento de um ponto r no domínio Ω_r para um ponto x no domínio Ω_x , tal que a velocidade do ponto r no domínio espacial pode ser definida como

$$\hat{u} = \frac{\partial x}{\partial t} \Big|_r = \frac{\partial}{\partial t} \hat{\phi}(r, t). \quad (3.11)$$

Define-se agora uma propriedade f expressa como função de (m, t) ou (x, t) , ou seja, é expressa através de uma descrição material (Lagrangeana) ou espacial (Euleriana). A expressão f como função de (r, t) é chamada de descrição referencial na formulação ALE. Considerando as seguintes derivadas temporais

$$\frac{\partial}{\partial t} f(x, t) \Big|_m = \frac{\partial}{\partial t} f(\phi(m, t), t) \Big|_m = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_x + \frac{\partial}{\partial t} \phi(m, t) \cdot \nabla f = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_x + (u \cdot \nabla) f, \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} f(x, t) \Big|_r = \frac{\partial}{\partial t} f(\hat{\phi}(r, t), t) \Big|_r = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_x + \frac{\partial}{\partial t} \hat{\phi}(r, t) \cdot \nabla f = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_x + (\hat{u} \cdot \nabla) f \quad (3.13)$$

subtraindo (3.13) de (3.12), obtém-se

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_m = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_r + ((u - \hat{u}) \cdot \nabla) f \quad (3.14)$$

que consiste na derivada material, ou substantiva, da propriedade f em um referencial r que se move com velocidade u .

Nota-se que na formulação Lagrangeana o domínio referencial se desloca com a mesma velocidade do domínio material, ou seja, $u = \hat{u}$ e, portanto, a variação no tempo da propriedade f nos domínios referencial e material é a mesma.

Na descrição Euleriana tem-se que o domínio referencial está fixo em relação ao domínio espacial, tal que, $\hat{u} = 0$ e, portanto, a expressão da variação no tempo de f no domínio material é dada por

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_m = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_r + (u \cdot \nabla) f, \quad (3.15)$$

a qual corresponde à derivada material de f utilizando-se uma descrição Euleriana.

3.3. Formulação pela dinâmica dos fluidos computacional

De forma geral, o fenômeno acústico ou aeroacústico pode ser expresso por meio das equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e energia combinada ao estado inicial. No entanto, segundo Wu (2011), a abordagem de problemas acústicos por meio de CFD não deve ser feita simplesmente utilizando os códigos de dinâmica dos fluidos computacional e resolvendo as equações incompressíveis de Navier Stokes. Existem distinções entre o comportamento acústico próximo e distante da fonte. Além disso, algumas características e objetivos do problema acústico costumam ser diferentes da maioria das abordagens encontradas em CFD.

A abordagem fluidodinâmica no problema da geração de ruído implica na capacidade de resolver problemas de turbulência com uma considerável precisão. Por definição, o modelamento de problemas acústicos por meio das equações de Navier Stokes é dependente do tempo e o seu tratamento deve ser feito considerando a devida escala de tempo relevante à análise sonora. Uma vez que se está interessado na resposta acústica, as simulações devem considerar uma resolução própria para a faixa do espectro de interesse. Em aeroacústica, normalmente é necessária a abordagem envolvendo toda a faixa do espectro de frequência sensível ao ouvido humano.

Outro desafio na predição numérica da onda sonora deve-se ao fato de que estas possuem muito menos energia que as flutuações do escoamento do fluido. Segundo Biswas e Ohtomi (2008), a energia sonora irradiada é consideravelmente menor que a energia mecânica de um problema de escoamento. O procedimento numérico necessário para resolver problemas de escoamento aliado ao campo acústico deve ter uma precisão considerável a fim de se evitar ruído numérico na resposta.

A irradiação de energia acústica para um campo distante da fonte também pode se tornar um desafio neste tipo de modelagem. As perturbações do fluido em uma análise de escoamento geralmente decaem rapidamente à medida que se afastam da fonte geradora, enquanto que as ondas acústicas possuem um decaimento lento atingindo os contornos do domínio acústico (WU, 2011). A modelagem

numérica de tais fenômenos requer também a introdução de fronteiras artificiais para evitar as reflexões de ondas sonoras que retornam ao domínio de cálculo e que poderiam contaminar a solução.

De forma geral, pode-se definir a abordagem de problemas acústicos em dois tipos: a abordagem direta e a híbrida. A abordagem direta resolve simultaneamente o escoamento do fluido e o campo acústico. Comumente utilizada em problemas de aeroacústica, a abordagem direta requer grandes recursos computacionais. Já a abordagem híbrida, é amplamente utilizada a fim de simplificar tais soluções dividindo artificialmente o problema em campo próximo e campo distante.

Dentre os principais métodos computacionais utilizados para a resolução de escoamentos turbulentos tem-se o Método Numérico Direto (Direct Numerical Method DNS), Large Eddy Simulation (LES), Detached Eddy Simulation (DES) e o Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS). As fontes acústicas obtidas podem também ser aplicadas a uma segunda solução a qual envolve a radiação e propagação em campos distantes através dos métodos das equações de FW-H (FFOWCS e HAWKINGS, 1969), equações linearizadas de Euler (LEE) (CHEN, HUANG e ZHANG, 2009) ou Acoustic Perturbation Method (APE) (EWERT e SCHRÖDER, 2003). Em seguida será apresentado um resumo de alguns dos métodos citados.

- I. *DNS (Direct Numerical Simulation)*: A DNS ou a Simulação Numérica Direta é a simulação em dinâmica dos fluidos computacional onde as equações de Navier Stokes são resolvidas sem o acoplamento de nenhum outro modelo, inclusive modelos de turbulência. Este método representa uma valiosa ferramenta no estudo e entendimento das propriedades fundamentais da turbulência. Entretanto, para resolução de todos os parâmetros faz-se necessária uma discretização suficientemente refinada da malha. Além disso, requer uma resolução numérica extremamente alta devido à ampla faixa de comprimentos de onda e escala de tempo. Wesseling (2000) demonstra que a quantidade de elementos de malha é proporcional a aproximadamente Re^2 , ou seja, para um escoamento com número de Reynolds da ordem de 10^5 são necessárias cerca de 10^{10} células de malha, que é uma quantidade insustentável para a infraestrutura computacional atual usualmente disponível nos laboratórios de pesquisa. Este fator limita sua aplicação a problemas com números de Reynolds moderados e geometrias simplificadas, sendo,

portanto, inviável para a maioria das aplicações práticas da engenharia.

- II. *LES - Large Eddy Simulation*: A formulação LES é uma abordagem capaz de modelar fluxos turbulentos baseada na teoria de Kolmogorov. A teoria de Kolmogorov é baseada na condição onde o comportamento do fluido passa a ser universal e a homogeneidade e isotropia são assumidas. Nesse processo, a energia cinética é transferida em forma de cascata das grandes escalas às menores onde finalmente a energia passa a ser dissipada por efeitos viscosos (FREIRE, ILHA e COLAÇO, 2006). A abordagem LES se torna prática para resolver somente problemas com grandes escalares. Segundo Liu (2012), a região de parede nesse caso necessita uma representação de malha extremamente fina, não somente na direção perpendicular, mas também paralela à parede. Em função desta característica a formulação LES, apesar de ser menos onerosa que a DNS em termos de recurso computacional, ainda demanda considerável custo quando comparada ao RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*).
- III. *Equações Médias de Reynolds (RANS)*: Na solução de problemas de escoamento, quando se observam escalas de tempo muito superiores às escalas das flutuações turbulentas, o escoamento pode exibir características médias. Em geral, estes modelos de turbulência procuram modificar as equações originais de Navier Stokes, introduzindo quantidades médias e flutuantes, produzindo assim as Equações Médias de Reynolds (RANS). Estas equações resolvem as quantidades médias do escoamento enquanto modelam os efeitos da turbulência sem necessariamente resolver as flutuações da mesma (WESSELING, 2000). Os modelos de turbulência baseados nas equações médias de Reynolds são conhecidos como modelos estatísticos devido ao procedimento empregado na obtenção do sistema de equações. O método RANS reduz drasticamente o esforço computacional, quando comparado à simulação numérica direta (DNS) e à simulação de grandes escalas (LES), sendo, por este motivo, empregada na maioria dos cálculos práticos de engenharia. Contudo, este procedimento introduz termos adicionais desconhecidos, contendo produtos das flutuações de turbulência. Estes termos, chamados de tensões turbulentas ou tensões de Reynolds, são desconhecidos e devem ser modelados por equações adicionais, de quantidades

conhecidas. Isto implica na existência de um número suficiente de equações para todos os termos desconhecidos, incluindo o tensor de tensões de Reynolds. As equações utilizadas no processo de fechamento definem o tipo de modelo de turbulência (CFX V.10 MANUAL GUIDE, 2005).

3.3.1. Número de Reynolds

A determinação do regime de um escoamento é frequentemente feita através do número de Reynolds. Este número adimensional relaciona as forças de inércia com as forças viscosas, definido por

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu}, \quad (3.16)$$

sendo ρ é a densidade, v é a velocidade característica, D é dimensão característica e μ é a viscosidade. No entanto, no caso analisado aqui, não há um escoamento propriamente dito. O fluido sofre perturbações devido à vibração de uma fonte oscilando com grandes amplitudes de deslocamento. No estudo de escoamento através de um cilindro definem-se diversas condições de regime para diferentes faixas de Reynolds, conforme Figura 15. Porém, esta análise não se aplica no caso estudado nessa dissertação para determinação do regime operante, uma vez que a estrutura oscila dentro de um fluido em repouso. Adotou-se a consideração regime laminar para descrever o comportamento fluido. No decorrer do trabalho é mostrado uma comparação considerando regime laminar e a utilização do modelo de turbulência $k - \varepsilon$ com uma configuração de malha de maior refino.

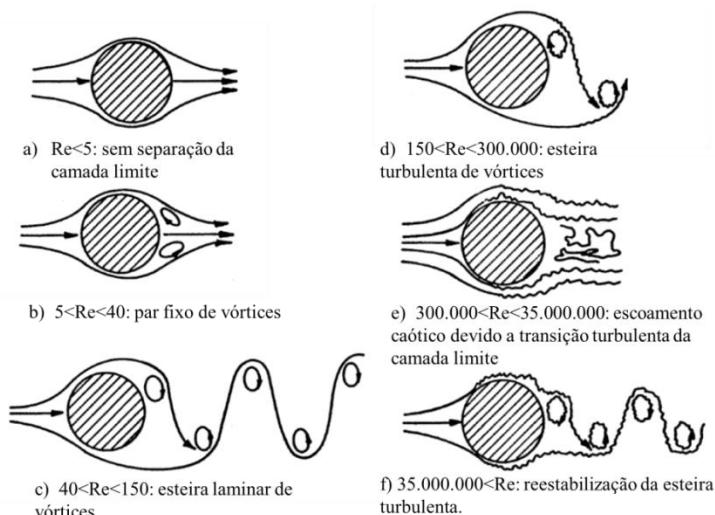


Figura 15 - Configuração do escoamento ao redor de um cilindro em função de Reynolds. Fonte: LIENHARD (1966).

3.3.2. O modelo de turbulência $k - \varepsilon$

O modelo $k - \varepsilon$ é um dos modelos de turbulência mais utilizados para aplicações industriais. Sua implementação está presente na maioria dos códigos CFD de uso geral e, atualmente, é o modelo padrão usado na indústria, principalmente pelas características de estabilidade, robustez numérica e capacidade de predição comprovada. Para simulações generalizadas mostra-se robusto e preciso (CFX V.10 MANUAL GUIDE). Por estes motivos adotou-se o modelo de turbulência $k - \varepsilon$ na realização das simulações deste trabalho.

Neste modelo, k representa a energia cinética turbulenta e é definida como a soma das energias cinéticas dos componentes normais do tensor de Reynolds, ou seja, $k = (\overline{uu} + \overline{vv} + \overline{ww})/2$. ε é a taxa de dissipação turbulenta. A viscosidade turbulenta é modelada conforme a seguinte equação:

$$\mu_t = \frac{C_\mu \rho k^2}{\varepsilon} \quad (3.17)$$

onde C_μ é uma constante, semelhante a C_k , que vale $C_\mu = C_D^{4/3} = 0,09$.

A equação de transporte da energia cinética (k) é dada por

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{U} k) = \nabla \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{Pr_k} \right) \nabla k \right] + \left(2\mu_T S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta \right) \nabla \vec{U} - \rho \varepsilon \quad (3.18)$$

A equação de transporte ε é

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{U} \varepsilon) = \nabla \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{Pr_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left(2\mu_T S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta \right) \nabla \vec{U} - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon \quad (3.19)$$

sendo $C_{\varepsilon 1}$ e $C_{\varepsilon 2}$ são constantes que valem 1,44 e 1,92, respectivamente. Pr é o número de Prandtl turbulento igual a 1 para a energia cinética ($Pr_k = 1$) e 1,3 para a taxa de dissipação ε ($Pr_\varepsilon = 1,3$).

3.3.3. Acoplamento fluido-estrutura

A aplicação do acoplamento fluido-estrutura está dividida em duas metodologias de solução, a particionada (“one-way”) e a monolítica (“two-way”) (TEIXEIRA, 2001). Na metodologia particionada, as equações governantes do meio fluido e estrutura são integradas no tempo alternadamente, de forma isolada. Já na monolítica, os campos são tratados como uma única análise, permitindo avanço simultâneo para os dois domínios.

Neste trabalho, foi utilizada a metodologia particionada que é considerada a mais simples. A troca de informações se dá apenas em uma direção. As soluções da simulação estrutural são calculadas, e em seguida, servem de condição de contorno para a simulação fluidodinâmica. A comunicação entre as análises é realizada através da superfície onde ocorre a interação de ambos os modelos, obedecendo somente um sentido, o da estrutural para a fluidodinâmica. Na Figura 16 é apresentado um fluxograma esquemático da dinâmica de interação “one-way”.

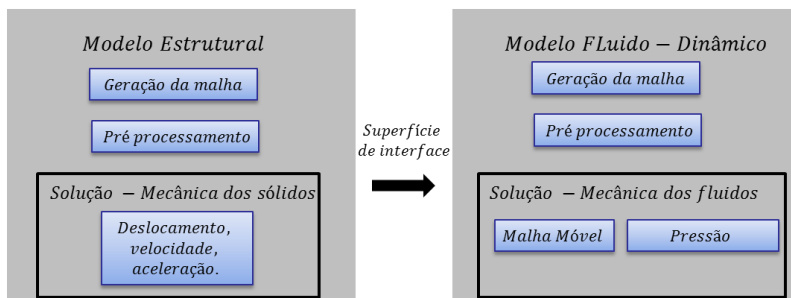


Figura 16 - Fluxograma esquemático da interação unidirecional.

A grande maioria das simulações envolvendo acoplamento fluido-estrutura segue o sentido contrário do mostrado na Figura 16, ou seja, os resultados da análise fluidodinâmica são utilizados como entrada para a análise estrutural. Neste trabalho, o acoplamento é utilizado a fim de facilitar a aplicação de deslocamento, velocidade ou aceleração no contorno da superfície de interface.

3.3.4. Metodologia numérica

A solução analítica das equações de Navier-Stokes torna-se inviável para grande parte dos problemas práticos de engenharia. Para obtenção dos resultados de flutuação de pressão ou escoamentos em condições não triviais, uma aproximação numérica pode ser adotada com o intuito de resolver o conjunto de equações algébricas que descrevem o fenômeno.

O código CFD empregado nesta simulação adota a aproximação pelo Método dos Volumes Finitos (*FVM – Finite Volume Method*) para a discretização das equações governantes, resolvendo-as para pequenos domínios denominados volumes de controle (CV).

A aproximação realizada pelo método numérico envolve a discretização do domínio espacial em volumes de controle finitos utilizando-se de uma malha computacional. As equações governantes são integradas para cada volume de controle, de forma que as variáveis relevantes, como massa e energia, sejam conservadas discretamente para cada volume de controle. No método FVM o volume de controle é formado pelo somatório dos sub volumes de controle adjacentes que envolvem o nó.

Na Figura 17 é mostrada uma estrutura típica de malha com espessura unitária. A superfície do volume de controle finito é

representada pela área hachurada, sendo que as soluções das variáveis e propriedades do fluido ficam armazenadas nos nós.

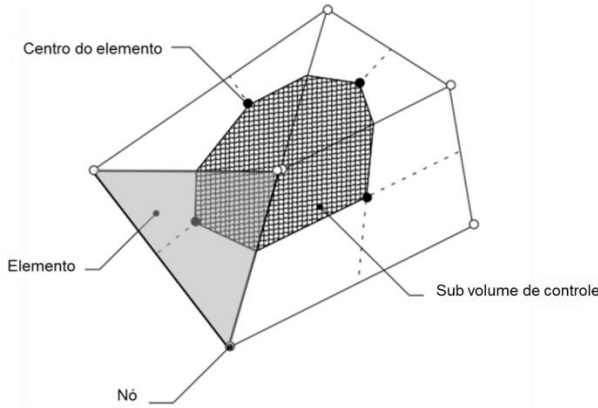


Figura 17 – Estrutura típica do volume de controle utilizada no método dos volumes finitos.

Sendo a equação diferencial da conservação da massa (equação da continuidade), dada por:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0, \quad (3.20)$$

para se chegar à aproximação numérica através da integração no volume finito, realiza-se a integração sobre o volume mostrado na Figura 18, obtendo-se

$$\int_w^e \int_s^n \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \right] dx dy = 0. \quad (3.21)$$

$$\int_s^n [\rho u|_e - \rho u|_w] dy + \int_w^e [\rho v|_n - \rho v|_s] dx = 0. \quad (3.22)$$

sendo w, s, e e n são os pontos de integração.

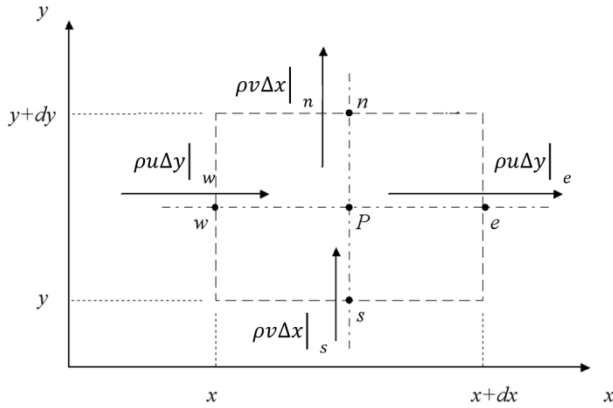


Figura 18 - Balanço de massa no volume finito.

Considerando que o fluxo de massa avaliado no meio da face do volume de controle representa a média de variação na face, pode-se escrever a equação aproximada para o volume P :

$$\rho u \Delta y|_w - \rho v \Delta x|_s - \rho u \Delta y|_e - \rho v \Delta x|_n \quad (3.23)$$

Nos tópicos seguintes serão apresentados detalhes, obtidos de ANSYS (2012), a respeito da obtenção das equações governantes e abordagem de solução numérica.

3.3.4.1. Acoplamento pressão-velocidade

Na resolução numérica de uma única equação diferencial a incógnita é localizada no centro do volume de controle, porém, no caso de mais de uma equação existem diferentes métodos disponíveis para o acoplamento das incógnitas. Segundo Coelho (2006) o desafio do estudo do acoplamento entre pressão e velocidade consiste em determinar um campo de pressões que quando inserido nas equações do movimento, origine um campo de velocidades que satisfaça a equação da conservação da massa, ou seja, existe um forte acoplamento entre a pressão e a velocidade, causando assim dificuldades para a solução do sistema de equações.

Entre os métodos de acoplamento mais difundidos destaca-se a família de algoritmos SIMPLE. Baseia-se na utilização de uma relação entre correções de velocidade e pressão de forma a reorganizar a

equação da continuidade em termos de um cálculo de correção de pressão (MENDES, 2007). No código comercial CFX, uma estratégia similar é adotada considerando as alterações propostas por Rie e Chow (1982) para a discretização dos fluxos de massa, evitando o desacoplamento e as modificações de Majumdar (1988) para remover a dependência da solução em estado estacionário em relação aos passos de tempo (CFX V.14 MANUAL GUIDE, 2012).

3.3.4.2. Funções de forma

Segundo Rezende (2005), funções de forma, ou funções de peso, são funções que descrevem como uma determinada propriedade varia em cada elemento, sendo contínuas e diferenciáveis no mesmo. A variável ϕ varia em relação a um elemento de controle da seguinte forma:

$$\phi = \sum_{i=1}^{N_{\text{nó}}} N_i \phi_i , \quad (3.24)$$

onde N_i representa a função de forma para o nó de índice i e ϕ_i o valor de ϕ no nó i , considerando o somatório sobre todos os nós de um elemento. As propriedades principais de uma função de forma incluem:

$$\sum_{i=1}^{N_{\text{nó}}} N_i \phi = 1 \quad \text{no nó } j \quad N_i = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} . \quad (3.25)$$

No *software* Ansys CFX utilizado neste trabalho, as funções de forma implementadas são *funções trilineares* e são utilizadas para calcular diversas variáveis geométricas. A Equação 3.24 e a Figura 19 ilustram um exemplo da função de forma para um elemento hexaédrico.

$$\begin{aligned} N_1(s, t, u) &= (1 - s)(1 - t)(1 - u) \\ N_2(s, t, u) &= s(1 - t)(1 - u) \\ N_3(s, t, u) &= st(1 - u) \\ N_4(s, t, u) &= (1 - s)t(1 - u) \\ N_5(s, t, u) &= (1 - s)(1 - t)u \\ N_6(s, t, u) &= s(1 - t)u \\ N_7(s, t, u) &= stu \\ N_8(s, t, u) &= (1 - s)tu \end{aligned} \quad (3.26)$$

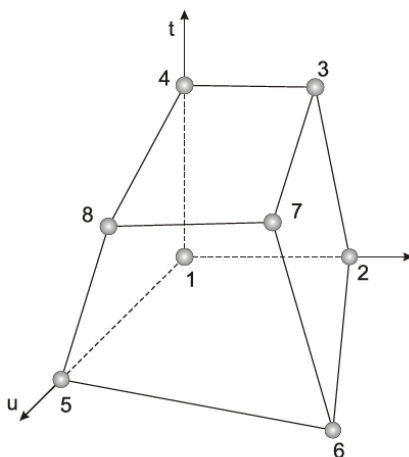


Figura 19 - Representação de elemento Hexaédrico. Fonte: REZENDE (2005).

As funções de forma são também empregadas no cálculo de diversas outras variáveis, como vetores e áreas de superfícies.

3.3.4.3. Fronteiras móveis

A condição essencial para a representação numérica transiente de campo acústico gerado por fontes com grandes amplitudes de deslocamento é a utilização de malhas móveis. Esta condição é necessária uma vez que o domínio computacional encontra-se em constante mudança devido ao movimento da fonte.

O problema envolvendo movimento da fronteira é abordado através da metodologia de malha deformada (*deformed mesh*). No código comercial ANSYS CFX o movimento pode ser imposto ou pode ainda ser uma parte implícita da simulação acoplada de interação fluido-estrutura. A especificação de movimento dos nós nas regiões de contorno, ou subdomínios da malha, pode ser imposta por funções. O movimento do restante dos nós é determinado pelo modelo de movimento de malha, que neste caso é limitado pelo modelo conhecido como Difusão de Deslocamento (*Displacement Diffusion*) (ANSYS, 2012). Por meio deste modelo o deslocamento aplicado sobre os limites do domínio é difundido para outros pontos da malha através da seguinte relação

$$\nabla \cdot (\Gamma_{disp} \nabla d) = 0. \quad (3.27)$$

em que d é o deslocamento relativo aos locais anteriores da malha e Γ_{disp} é a rigidez da malha, que determina o grau com que as regiões dos nós se movem. Esta equação é resolvida no início de cada passo de iteração ou tempo de estado estacionário.

A definição inadequada de um esquema numérico para solução da equação de difusão de deslocamento da malha pode acarretar situações onde a malha se “dobre” gerando valores de volume negativo ou também malhas de cantos afiados. A Figura 20 mostra um exemplo do uso de dois esquemas diferentes difusão de deslocamento para a malha.

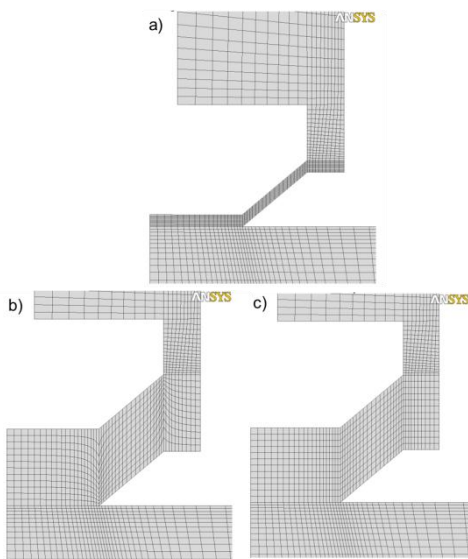


Figura 20 - Exemplo de utilização de esquema de difusão de deslocamento. a) Malha original não deformada. b) Malha com Esquema de Difusão de Deslocamento padrão. c) Malha com esquema de Difusão de Deslocamento *meshdisp* com fator 3.

3.4. Validação de resultados

Os resultados numérico e experimental do trabalho de Roozen, Rutjes e Nijmeijer (2010) serão usados para verificação das duas abordagens numéricas utilizadas neste trabalho. Os modelos numéricos têm como objetivo prever o ruído gerado por corpos com grandes amplitudes de oscilação. A descrição do problema de Roozen foi abordada em detalhes na Seção 2.3. O mesmo problema é reproduzido

pelas abordagens, acústica FEM e CFD, e os resultados confrontados com a análise experimental e também numérica.

Os modelos considerados nesta dissertação são todos modelos 2D. Estudos mostram que a consideração da geometria 2D para modelos simétricos apresentam boa concordância com resultados experimentais. Takahashi et. al. (2010) mostrou que podem ser obtidos resultados bastante próximos ao serem utilizados modelos 2D e 3D na predição do ruído aerodinâmico de “bordas” (*edge tones*), concluindo que a aproximação 2D é adequada na determinação de ruídos tonais. Liu (2012) também fez uma análise comparativa das abordagem 2D e 3D na análise do ruído gerado por um apito utilizando a abordagem CFD. Seus resultados indicam boa concordância com o modelo experimental, e o autor recomenda a abordagem 2D em função dos ganhos em tempo e custo computacional.

A Figura 21 mostra as considerações do modelo numérico acústico de Roozen. Com exceção da base, todas as paredes do modelo são definidas como parede não reflexiva. A base foi definida como parede rígida. Foram utilizadas as propriedades do ar $\rho_0 = 1,25 \text{ kg/m}^3$ e $c_0 = 344 \text{ m/s}$.

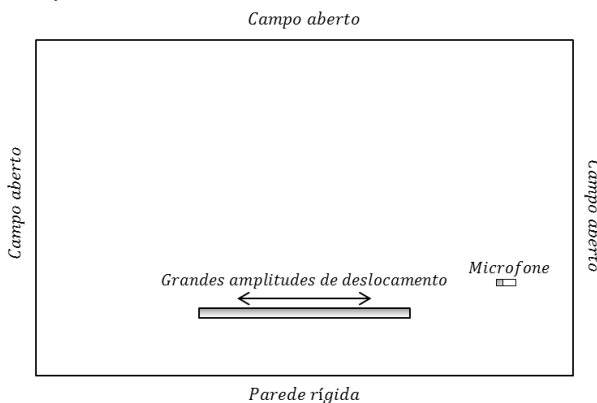


Figura 21 – Considerações do modelo acústico de Roozen, Rutjes e Nijimeijer (2010).

3.4.1. Configuração do modelo numérico acústico FEM

O modelo numérico acústico FEM representado aqui foi elaborado através do código comercial *COMSOL Multiphysics* 4.3, uma ferramenta de Elementos Finitos multifísico. Este código comercial foi escolhido por permitir a aplicação da análise acústica transiente e

também do método de malha móvel. Além disso, possui algoritmos para construção de malhas, solução de sistemas lineares e pós-processamento dos resultados que facilitam a análise do problema.

O problema analisado consiste em um corpo rígido oscilando em um volume de ar. A abordagem deste problema é feita através do Método de Elementos Finitos utilizando a análise acústica transiente para descrever o campo acústico e o método da malha móvel para considerar as grandes amplitudes de deslocamento.

Segundo Roozen, Rutjes e Nijmeijer (2010), a aplicabilidade da abordagem linear do fluido para este tipo de problema depende do número de Mach acústico, em que na superfície do corpo oscilante é dado por

$$M_c = \frac{v_{m\acute{a}x}}{c}, \quad (3.26)$$

onde $v_{m\acute{a}x}$ é a máxima velocidade alcançada pela superfície radiante e c é a velocidade do som. O número de *Mach* possui um papel de limitar a aplicabilidade desta abordagem para problemas onde as não linearidades estejam concentradas nas condições de contorno e não no fluido. Conforme indicado por Roozen, Rutjes e Nijmeijer (2010) a amplitude de deslocamento do corpo rígido deve ser da ordem de sua dimensão característica,

$$\frac{d_{m\acute{a}x}}{a} \sim 1, \quad (3.28)$$

onde $d_{m\acute{a}x}$ é o deslocamento máximo de amplitude da superfície radiante e a é a dimensão característica do corpo. Reescrevendo o número de *Mach* tem-se

$$M_c = \frac{d_{m\acute{a}x} \cdot \omega}{c} = d_{m\acute{a}x} k = \left(\frac{d_{m\acute{a}x}}{a} \right) ka, \quad (3.29)$$

onde ω é a frequência angular e k o número de onda acústico. Considerando a equação 3.27 e a condição de que o número de Mach deve ser pequeno, tem-se assim que o valor de ka deve ser pequeno,

$$ka \ll 1. \quad (3.30)$$

Esta abordagem de problemas considerando grandes amplitudes é válida somente para baixas frequências. No caso do problema de Roozen, com dimensão típica de 0,055 m (altura da placa) e frequência de oscilação de 3,5 Hz, operando no ar, a condição da Equação 3.20 é satisfeita.

3.4.1.1. Condições de contorno

O movimento da placa é modelado como aceleração prescrita, que é especificado como condição de contorno das bordas em movimento. A condição é aplicada nos contornos do corpo em movimento, como ilustrado na Figura 22, sendo a aceleração normal especificada como

$$-\mathbf{n} \cdot \left(-\frac{1}{\rho_0} \nabla p \right) = a_n, \quad (3.31)$$

onde a_n é a aceleração do corpo em movimento e \mathbf{n} é a direção normal à superfície. O movimento da placa é prescrito à malha, usando a abordagem de malha móvel para que a estrutura da malha acompanhe o movimento do corpo oscilante.

A base do domínio acústico, a uma distância de 30 cm abaixo da placa em movimento, é modelada como parede acusticamente rígida, em que a aceleração normal à superfície é nula. Esta condição é especificada como

$$-\mathbf{n} \cdot \left(-\frac{1}{\rho_0} \nabla p \right) = 0. \quad (3.32)$$

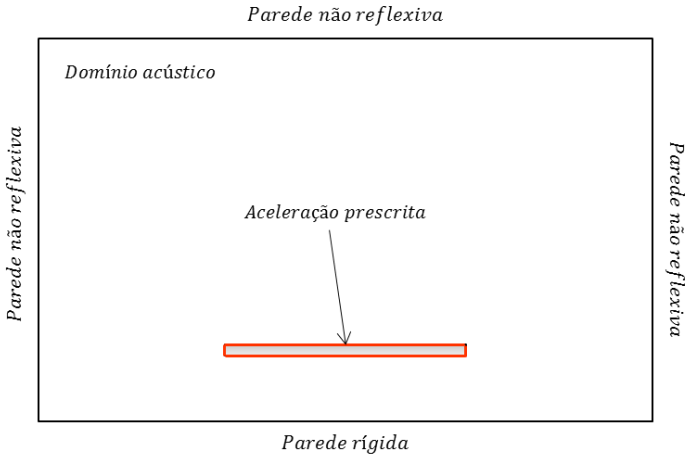


Figura 22 – Condições de contorno do modelo acústico FEM.

Todos os demais contornos do domínio acústico recebem a condição de contorno de paredes não reflexivas de absorção do som, condição conhecida também por NRBC (*Non-Reflecting Boundary*

Condition). Em função da geometria simples do modelo analisado a condição de contorno absorvente de ondas planas satisfaz a representação do modelo.

3.4.1.2. Definição do incremento de tempo

A análise consiste em uma simulação transiente, portanto é necessária a definição dos parâmetros de tempo. A faixa de frequência de interesse até 50 Hz é plenamente suficiente nesta análise, uma vez que a frequência fundamental de excitação é de 3,52 Hz e têm-se resultados até o quinto harmônico que corresponde a 17,56 Hz. Para a simulação na faixa de frequência definida utilizou-se um incremento de tempo de 0,01 s.

3.4.1.3. Discretização do domínio acústico

O movimento das fronteiras produzem distorções dos elementos da malha computacional. Foi observado que no decorrer do movimento do corpo oscilante algumas configurações de malhas sofriam grandes distorções no elemento, gerando volumes negativos que impossibilitavam a simulação do problema físico. Observou-se também que as maiores distorções ocorriam nos elementos triangulares. Adotou-se, assim, a aplicação de elementos quadriláteros na discretização do domínio acústico.

3.4.1.4. Fronteiras móveis

Através da utilização da abordagem ALE, a condição de contorno de aceleração prescrita deixa de ser uma condição de contorno fixa no sistema de coordenadas e passa a incluir os efeitos de grandes amplitudes ao problema.

Ao domínio acústico no caso, é atribuída a condição de deformação livre que permite que a malha se deforme acompanhando o movimento da fonte. Para esta operação a interface da malha móvel resolve uma equação para o deslocamento da malha. Tal equação consiste em um algoritmo de suavização, que neste caso optou-se pela formulação de Laplace para calcular a transformação da coordenada de referência (X,Y) para a coordenada deformada (x,y) . Para casos transientes resolve-se a seguinte equação

$$\frac{\partial^2}{\partial X^2} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial Y} \frac{\partial x}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial^2}{\partial X^2} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial Y} \frac{\partial y}{\partial t} = 0. \quad (3.32)$$

Além da formulação de Laplace, o *software* ainda fornece o algoritmo de suavização de Winslow (WINSLOW, 1967) e Hyperelastic (COMSOL USER GUIDE, 2012), os quais são mais robustos que o algoritmo de Laplace. Em contrapartida, é mais oneroso computacionalmente. Para o caso analisado não foi observada diferença significativa na utilização destes três métodos.

3.4.2. Simulações em CFD

O modelo numérico em CFD foi desenvolvido por meio do código comercial ANSYS CFX. Utilizou-se uma análise transiente para descrever o movimento do corpo oscilante e o campo de pressão gerado. O mesmo passo de tempo adotado na abordagem acústica foi utilizado nesta análise. Para descrever o movimento do corpo oscilante, utilizou-se o acoplamento fluido-estrutura com a metodologia particionada (ou “*One-way*”), na qual a solução da parte estrutural da análise serve de condição de contorno de entrada para o modelo de fluido. Esta condição de contorno é aplicada na superfície do corpo oscilante que faz a interface entre os dois domínios.

Nesta simulação foi adotada a condição de regime laminar para descrever o escoamento. A Tabela 1 apresenta as propriedades do ar modelado.

Tabela 1 - Propriedades do ar.

Variável	Valor
Densidade	1,25 [kg/m ³]
Pressão de referência	1 [atm]
Massa molar	28,96 [kg/kmol]
Temperatura de referência	25 [°C]
Razão entre calores específicos	1,4
Viscosidade dinâmica	1,83e-5 [kg/m.s]

3.4.2.1. Condições de contorno

As condições de contorno aplicadas no modelo são: parede rígida, simetria, abertura e interface fluido-estrutura. A Figura 23 ilustra

a localização de cada condição aplicada no modelo. A condição de contorno de simetria permite definir que os gradientes normais à superfície aplicada sejam nulos. A condição de parede é aplicada somente na base do modelo e representa a condição de não deslizamento para velocidade. Nas laterais e no topo do volume da cavidade é aplicada a condição de abertura. Esta condição permite tanto a entrada como a saída de fluido no domínio. É uma condição de pressão prescrita a qual força o gradiente de velocidade perpendicular à fronteira ser nulo. Finalmente, na interface entre o domínio fluido e o sólido é aplicada a condição de interface. Esta condição possui comportamento igual à condição de parede, com o detalhe de que existe uma condição de contorno adicional que provém da solução estrutural do sólido, que neste caso se trata de um deslocamento prescrito.

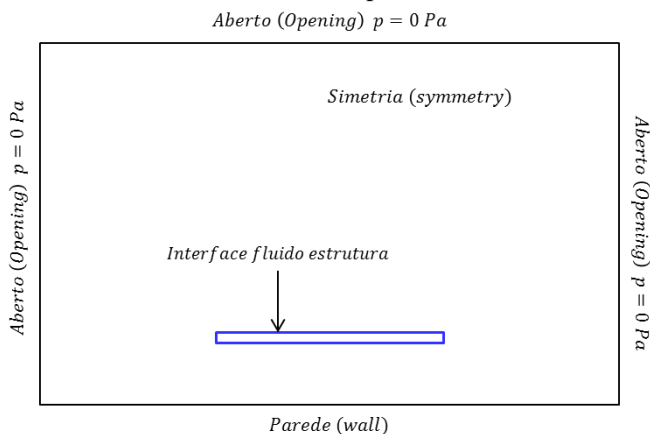


Figura 23 – Condições de contorno do modelo numérico CFD.

3.4.2.2. Discretização do domínio fluido

Da mesma forma que a análise acústica FEM, o movimento da fronteira sobre a malha produz distorção dos elementos computacionais. Neste sentido alguns cuidados foram necessários para a convergência adequada da simulação. Observou-se que o elemento tetraédrico possui maior tendência de proporcionar grandes distorções no elemento quando comparado ao elemento hexaédrico. As distorções quando em demasia, impossibilitam a simulação devido à geração de volumes negativos nos elementos. A configuração de malha utilizada está apresentada na Figura 24.

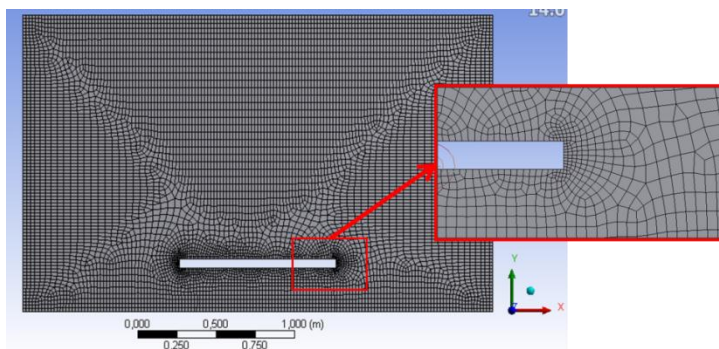


Figura 24 - Configuração de malha do modelo laminar CFD.

3.4.3. Resultados

Neste trabalho, os resultados numérico e experimental de Roozen, Rutjes e Nijmeijer (2010) são utilizados como base de comparação para verificação das abordagens numéricas. O movimento do corpo oscilante aplicado foi o mesmo em ambos os casos descritos. A Figura 25 apresenta o auto espectro de velocidade do sinal de entrada do corpo oscilante. Nota-se que a característica do movimento do corpo é formada pela frequência fundamental e suas harmônicas ímpares.

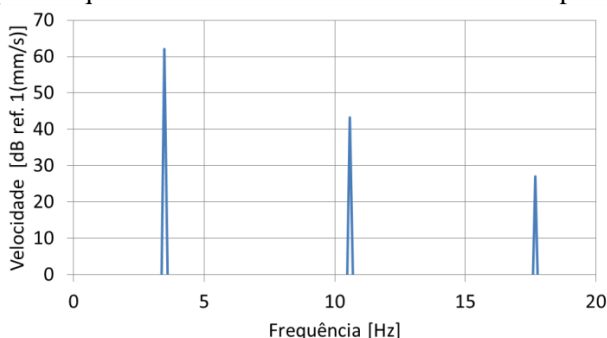


Figura 25 - Espectro de velocidade de placa oscilante.

A Figura 26 mostra o espectro de frequência das respostas obtidas na posição do microfone. A resposta da simulação acústica FEM e simulação CFD são comparadas à solução numérica e experimental de Roozen, Rutjes e Nijmeijer (2010). A diferença entre a abordagem 3D da referência e as duas abordagens 2D apresentadas aqui é pequena.

Tanto a abordagem acústica FEM quanto a CFD mostraram-se capazes de representar os efeitos não lineares que surgem no campo de pressão. Estes resultados validam o procedimento numérico adotado neste trabalho para a análise da radiação sonora de um elemento de mola oscilante.

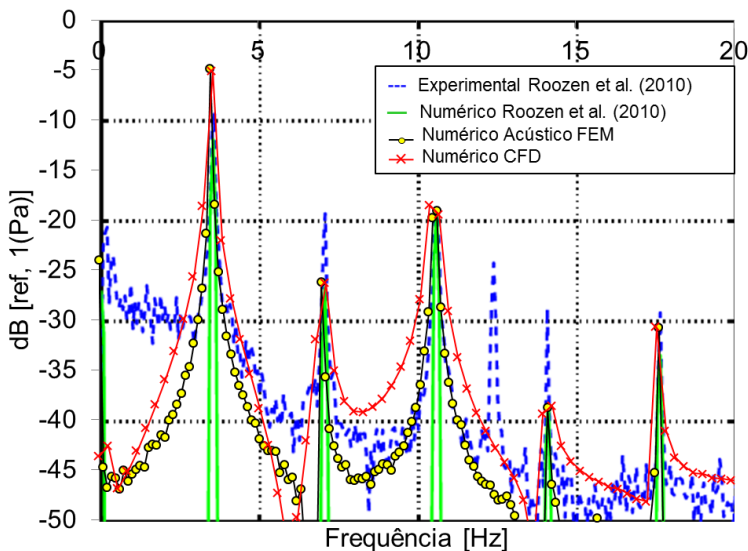


Figura 26 – Espectro de pressão na posição do microfone.

3.5. Análise dos efeitos das grandes amplitudes de deslocamento para o caso simplificado de mola

Nesta seção as abordagens numéricas, acústica FEM e CFD são utilizadas para analisar os efeitos das grandes amplitudes de deslocamento para o caso simplificado de mola.

Embora, a característica do componente mola que se deseja representar seja intrinsecamente tridimensional, a simulação completa de sua geometria exige um esforço computacional elevado. Com o intuito de analisar o fenômeno do ruído gerado por superfícies com grandes amplitudes, foi adotado um modelo bidimensional representado por uma seção de uma espira da mola. A Figura 27 mostra um modelo representativo do caso analisado. A seção da mola é tratada como um segmento de seção circular que oscila com grandes amplitudes em um meio fluido, gerando um campo de pressão.

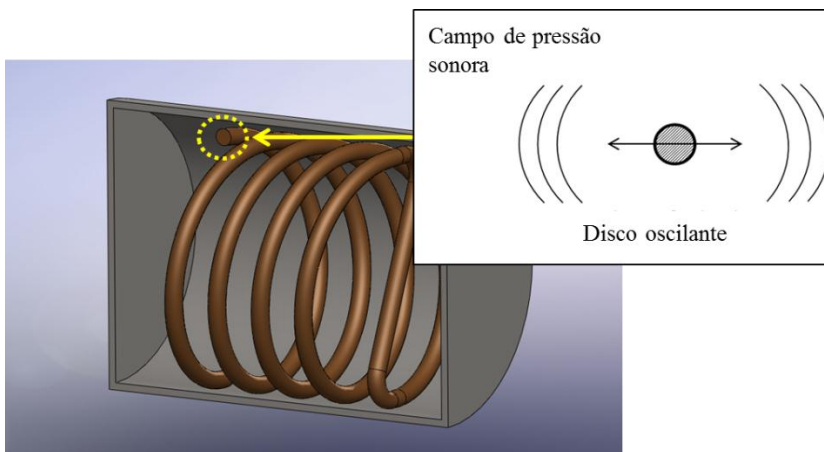


Figura 27 – Modelo bidimensional representativo do caso simplificado de mola.

A oscilação da mola representada pela circunferência possui frequência igual a 125 Hz e amplitude de 8 mm. O fluido de trabalho é o ar definido pela densidade igual a $1,25 \text{ kg/m}^3$ e velocidade do som igual a 344 m/s. A dimensão característica do disco oscilante é de 10 mm.

3.5.1. Geometria e malhas

As dimensões da geometria adotada neste modelo são mostradas na Figura 28. A circunferência de raio maior representa o limite do domínio acústico, no entanto se deseja representar o corpo oscilando em campo aberto. Diante disso o limite do domínio é modelado através de contornos que representam tal condição para ambas as abordagens. A posição A indicada na Figura 28 indica o ponto de “medição” das flutuações de pressão.

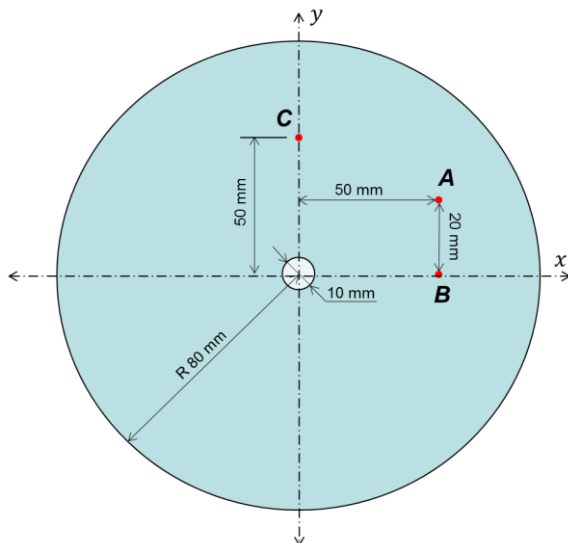


Figura 28 – Geometria do modelo e posições de pontos referentes à “medição” de pressão.

Para solucionar o modelo de forma adequada cabe um cuidado a mais para evitar problemas de malhas com elementos invertidos. Este problema surge quando o elemento se “dobra”, apresentando valor zero ou negativo de área (2D) ou volume (3D). Se tratando de malhas que deformam sem alterar seu arranjo estrutural, este tipo de problema pode se tornar mais corriqueiro. No entanto, elementos de malha invertidos em si não representam problema imediato à precisão total da solução. A principal consequência está na não convergência da solução. A discretização no modelo numérico acústico e no modelo CFD foram feitas com elementos hexaédricos. Nos contornos dos corpos oscilantes foram utilizados recursos denominados *inflação*, onde seu princípio pode ser observado nos detalhes das Figuras 29 e 30. As malhas computacionais utilizadas possuem no máximo 5 camadas de inflação. Este recurso foi usado para obter a configuração de *malha estruturada* na região de maior deformação dos elementos. Segundo Almeida (2010), as *malhas estruturadas* permitem melhor controle da qualidade e espaçamento dos nós por parte do usuário, o que permite o refino da malha nas regiões de maiores deformações, controlando desta forma a qualidade da malha deformada.

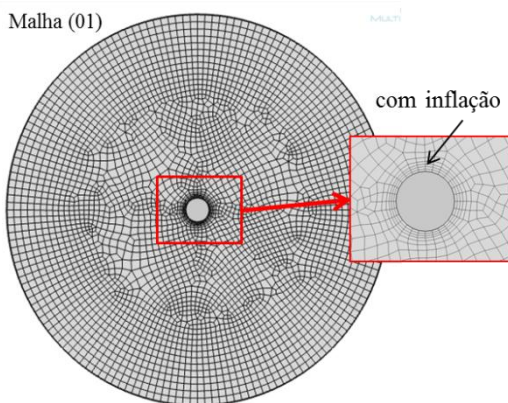


Figura 29 – Configuração de malha utilizada no modelo acústico FEM.

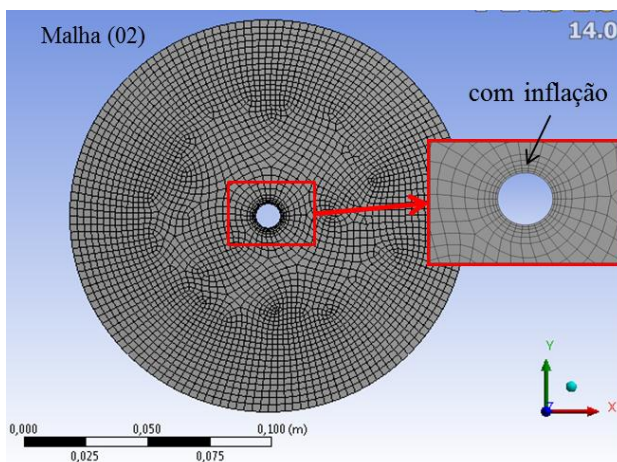


Figura 30 – Configuração de malha utilizada no modelo laminar CFD.

3.5.2. Definição do incremento de tempo

Nas análises de modelos transientes dois fatores se tornam extremamente importantes, o incremento de tempo e o período total de simulação. São estes os dois fatores que definem a frequência máxima a ser calculada e a resolução do espectro de frequência. Nesta análise, o interesse está na frequência fundamental de excitação e seus harmônicos, a partir disso definiu-se como limite a frequência de 1000Hz. Segundo Shin e Hammond (2008), para evitar erros de *aliasing*

a frequência de amostragem deve ser maior que duas vezes a frequência de interesse,

$$f_s > 2f_H, \quad (3.33)$$

onde f_s é a frequência de amostragem e f_H a frequência máxima de interesse. A frequência de amostragem é dada por

$$f_s = \frac{1}{\Delta t}, \quad (3.34)$$

onde Δt é o passo de tempo utilizado nas simulações. Então

$$2f_H = f_s = \frac{1}{\Delta t}, \quad \Delta t = \frac{1}{2 \times 1000} = 0,0005s. \quad (3.35)$$

O tempo total de simulação define a resolução do espectro de frequência ao aplicar a Transformada de Fourier no sinal do tempo.

3.5.3. Descrição do modelo acústico FEM da mola simplificada

Neste modelo a mesma abordagem anterior utilizando acústica linear para o domínio acústico e a da abordagem ALE em Elementos Finitos é realizada para o modelo simplificado de mola.

A verificação da aplicabilidade limitada pelo número de Mach é feita pela Equação 3.29. Neste caso tem-se a dimensão característica do corpo oscilante igual a $0,010 \text{ m}$ (diâmetro do disco) e frequência de oscilação igual a 125 Hz operando no ar. A cavidade acústica é representada por uma circunferência de raio igual a 80 mm . O ar possui densidade $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$ e velocidade do som $c = 344 \text{ m/s}$. Dada as circunstâncias,

$$ka = \frac{2\pi 125}{344} 0,01 = 0,0228 \ll 1, \quad (3.36)$$

portanto, a condição é satisfeita.

3.5.3.1. Condições de contorno

O movimento da circunferência oscilante é modelado como uma aceleração prescrita. A condição imposta de aceleração dos contornos do corpo em movimento é representada pela Figura 31. Observa-se que a função aceleração aplicada nos contornos da circunferência segue um crescendo até alcançar o valor prescrito. Esta condição é utilizada a fim de evitar fortes transientes no momento em que se inicia o movimento da fonte. Apesar do próprio algoritmo do

software utilizar uma ferramenta *time-stepping* que reduz o passo de tempo para resolver o período de fortes transientes, tal recurso não é suficiente para evitar problemas de não convergência do modelo. Conforme recomendação descrita no manual do software COMSOL 4.3 (2012), em casos em que o problema seja estacionário, se inicie pelas condições iniciais que levam a uma solução consistente do problema e, então, sejam usados os valores do limite, fontes, ou fluxos, durante um intervalo de tempo que é realista para o modelo. No caso em questão, devido às grandes deformações impostas à malha, optou-se por multiplicar a função excitação que possui comportamento senoidal, por uma função tangente hiperbólica com fator cinco para suavização do transiente, como mostrada na Figura 31.

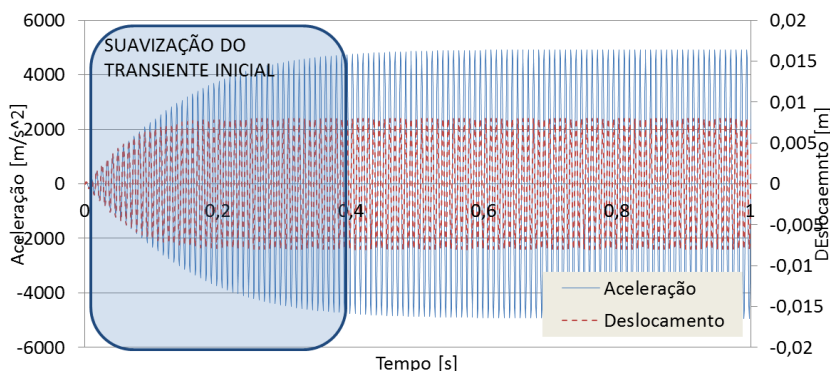


Figura 31 - Condição imposta de movimento do corpo oscilante. Aceleração e deslocamento.

A superfície de contorno da cavidade acústica é modelada como sendo paredes absorventes do som com a condição de mínima reflexão. A condição imposta pode ser adaptada para a geometria do domínio modelado. Basicamente, três tipos de condições absorventes podem ser atribuídos ao contorno: irradiação de ondas planas, irradiação de ondas cilíndricas e irradiação de ondas esféricas. No caso em questão é aplicada a condição de contorno de irradiação de ondas cilíndricas (*Cylindrical wave radiation boundary condition*). O *software* COMSOL 4.3 considera a condição de contorno de ondas cilíndricas e esféricas aplicadas por meio das expressões de segunda ordem de Balysiss, Gunzburger e Turkey (1982). A condição de contorno de ondas cilíndricas assume que o campo independe da coordenada axial. Desta forma, definiu-se o centro da circunferência como sendo a coordenada

da fonte. Para mais detalhes sugerem-se os trabalhos de Givoli e Neta (2002) e Sim (2010).

3.5.3.2. Fronteira móvel

A grande amplitude de deslocamento da fonte é representada por meio da abordagem ALE, análogo ao modelo acústico FEM descrito na Seção 3.4.1.4.

3.5.4. Descrição do modelo CFD da mola simplificada

Através da análise transiente no software ANSYS CFX as flutuações de pressão são descritas. Para descrever o movimento do corpo sobre o domínio fluido adotou-se o acoplamento fluido-estrutura com a metodologia particionada.

O número de Reynolds foi estimado considerando a velocidade máxima do disco, o diâmetro do disco e as propriedades referentes ao ar. Através da Equação 3.16 tem-se que

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{1,25 \times 6,283 \times 0,008}{1,83 \times 10^{-5}} = 3433,$$

sendo ρ a densidade do ar, v a velocidade de oscilação da seção circular oscilante, D o comprimento característico do corpo (diâmetro da seção circular para este caso) e μ a viscosidade dinâmica do ar.

O número de Reynolds estimado em 3433 indica início de regime turbulento em análises de problemas de escoamento. Para modelos turbulentos ($k - \varepsilon$) a visualização dos efeitos do escoamento turbulento no contorno do disco oscilante requer maior refinamento da malha. Adotou-se, nesta abordagem, a consideração de regime laminar para as simulações do disco oscilante. Mais adiante é apresentada uma comparação da simulação considerando regime laminar e turbulento.

3.5.4.1. Condições de contorno

As condições de contorno aplicadas foram: *simetria*, *abertura* e *interface fluido estrutura*. A condição de *simetria* é aplicada a fim de representar o modelo de forma bidimensional, permitindo que os gradientes normais à sua superfície sejam nulos. No contorno externo do modelo é aplicada a condição de *abertura* que evita a reflexão das ondas de pressão forçando o gradiente de velocidade perpendicular à fronteira

ser nulo. No contorno da circunferência é aplicada a condição de *interface fluido-estrutura*, na qual a condição de deslocamento prescrito é aplicada por meio da solução estrutural da circunferência sólida.

3.6. Resultados

3.6.1. Resultados do modelo acústico FEM

As simulações foram feitas utilizando as condições de entrada do corpo oscilante apresentadas na Figura 32. Foram aplicadas as acelerações na condição de contorno do domínio acústico e através da abordagem ALE o deslocamento do corpo força a deformação da malha.

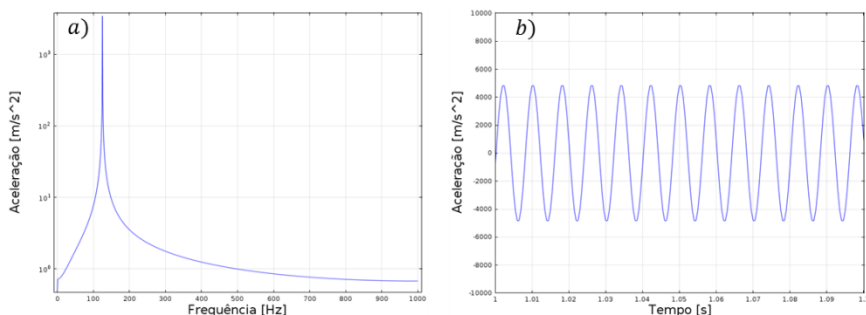


Figura 32 – Função excitação em termos de aceleração aplicada nos contornos acústico do corpo oscilante. a) domínio da frequência e b) domínio do tempo.

A Figura 33 mostra o campo de pressão obtido em função do movimento do corpo oscilante no intervalo de tempo entre 1,35 e 1,354 segundos, o que corresponde a meio período de oscilação do corpo. Nota-se que o campo de pressão gerado é nulo no momento em que o corpo passa pela posição inicial. Neste instante, a velocidade do corpo é máxima e a aceleração é zero. O campo de pressão mostrado na Figura 33 corresponde ao movimento do corpo partindo de um extremo ao outro. Portanto, constata-se que tanto a maior pressão positiva quanto a menor pressão negativa ocorrem nos instantes de maior amplitude de deslocamento do corpo. A condição imposta de aceleração senoidal pura possui comportamento semelhante ao deslocamento, onde, na condição estacionária tem-se

$$\text{Deslocamento} = A \sin(\omega t) [\text{m}], \text{ e}$$

$$\text{Aceleração} = -A\omega^2 \sin(\omega t) [\text{m/s}^2].$$

Desta forma, o instante de maior deslocamento corresponde também ao instante de maior aceleração.

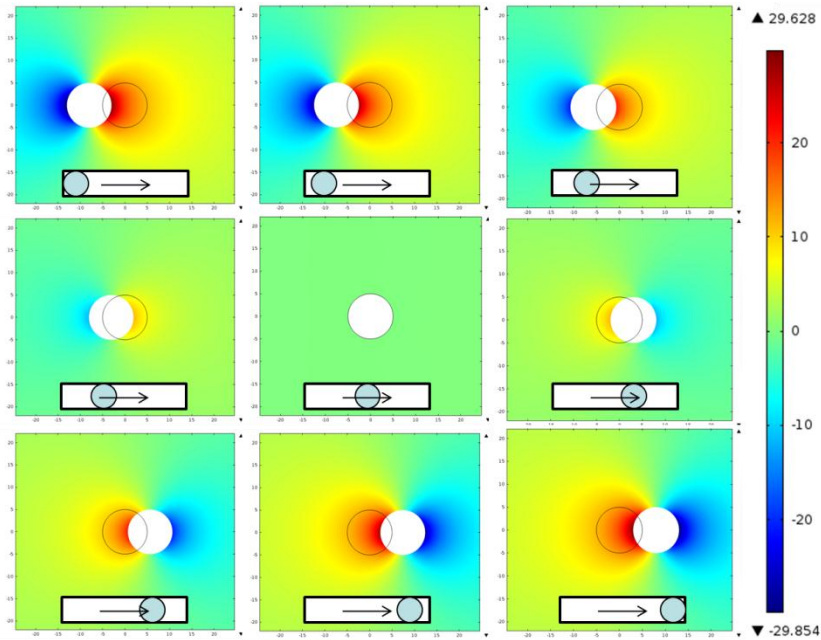


Figura 33 - Simulação do campo de pressão sonora gerado pelo movimento do corpo variando da posição de extrema esquerda para extrema direita, no período entre 1,35 a 1,354 segundos.

Segundo Fahy (2001), o campo de pressão sonora gerado por um corpo é proporcional à integral da aceleração em sua superfície. Tal fato fica evidente ao ser observada a Figura 34 onde a pressão sonora calculada no ponto A aparece em fase com a aceleração do corpo oscilante.

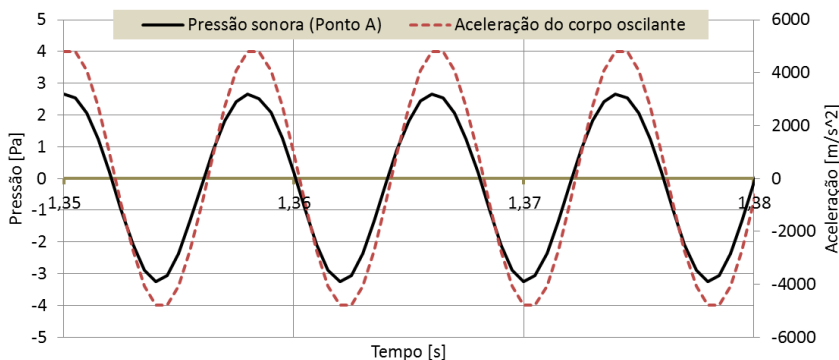


Figura 34 – Pressão sonora no ponto A e aceleração do corpo oscilante.

Observa-se também da Figura 34 que o sinal de pressão não é simétrico. A componente negativa da pressão possui maior amplitude que a componente positiva. Na Figura 35 comparam-se os resultados da pressão obtida pela análise linear (fonte fixa) e não linear com grandes deslocamentos. A amplitude da componente positiva é menor que a amplitude da componente negativa. A componente negativa da onda ocorre quando a fonte está próxima do ponto de medição.

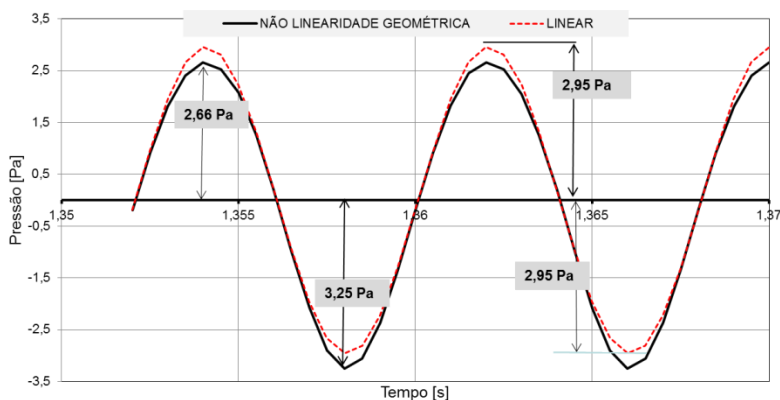
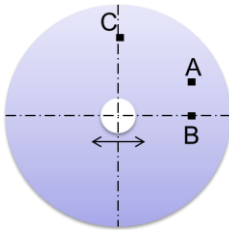


Figura 35 - Resposta simulada da pressão sonora no ponto A com e sem não linearidade geométrica.

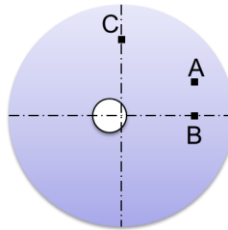
Como a máxima pressão e a máxima aceleração ocorrem quando a fonte está nos extremos de deslocamento, foi realizada a comparação da resposta de pressão em três modelos numéricos: simulação não linear com grandes deslocamentos (Figura 36(a)), simulação linear com a fonte deslocada 8 mm para esquerda (Figura

36(b)) e simulação linear com a fonte deslocada 8 mm para direita (Figura 36(c)). O valor de 8 mm corresponde à amplitude de deslocamento da fonte.

a) Não linearidade geométrica



b) Linear deslocado para esquerda



c) Linear deslocado para direita

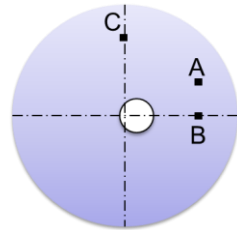


Figura 36 – a) modelo com não linearidade geométrica com a fonte partindo da posição central. b) modelo linear com a fonte deslocada 8 mm para esquerda. c) modelo linear com a fonte deslocada 8 mm para direita

Na Figura 37 é apresentada a comparação da resposta de pressão no domínio do tempo obtida através dos três modelos. Nota-se que na simulação considerando não linearidade geométrica a parte positiva da onda se iguala à resposta da simulação linear com a fonte deslocada para esquerda, e a parte negativa se iguala à resposta da simulação linear com a fonte deslocada para direita. Tal ocorrência torna ainda mais evidente que a origem da assimetria da onda está na não linearidade geométrica. O fato de a fonte estar em posições distintas durante a compressão e rarefação faz com que a pressão no ponto A tenha comportamento não proporcional ao movimento de oscilação do corpo.

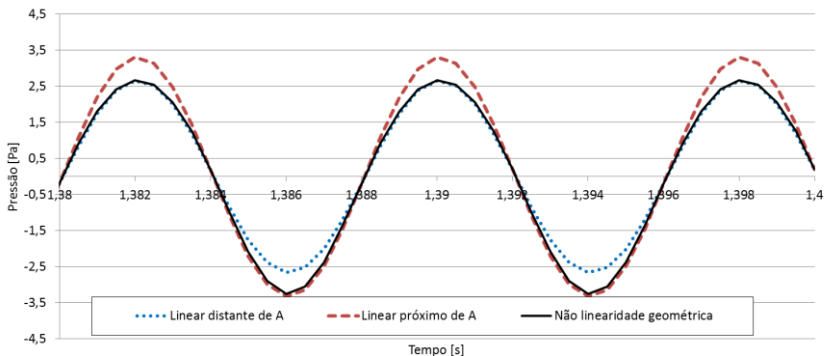


Figura 37 – Predição numérica da pressão sonora no Ponto A.

O espectro de frequência da pressão no ponto A, comparando a simulação linear e a simulação não linear, está mostrado na Figura 38. Nota-se que, no caso considerando a não linearidade geométrica, além da frequência fundamental surgem a segunda e terceira harmônicas, que demonstram o efeito de distorção harmônica para a função de entrada que contém somente a frequência fundamental. A função assimétrica no tempo só pode ser descrita por meio de harmônicas pares e ímpares da fundamental.

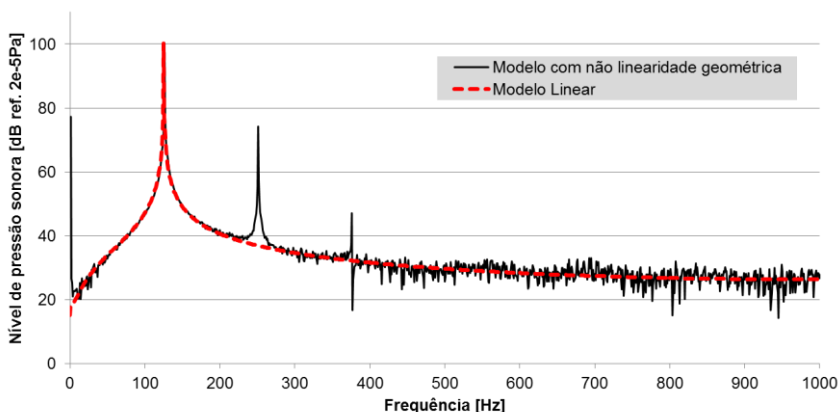


Figura 38 – Comparação entre o modelo não linear e o linear do espectro de pressão no ponto A.

Evidentemente, o modelo linear não leva a uma assimetria no sinal de pressão e, portanto, não prediz as componentes harmônicas da frequência fundamental. O modelo não linear descrito aqui leva em conta a não linearidade geométrica e prediz a distorção harmônica devido à assimetria do sinal em termos de pressão.

Análise semelhante é feita também para os pontos B e C (Figura 28). Os espectros de pressão comparando as respostas em cada um dos pontos estão mostrados na Figura 39. Nota-se comportamento semelhante entre os pontos A e B, no entanto, a pressão em C possui comportamento particular apresentando frequência de resposta correspondente ao dobro da frequência de excitação. A particularidade da resposta em C está associada à posição do ponto que é localizado exatamente no eixo y indicado na Figura 28. Nesta condição as distâncias relativas da fonte e o ponto C são iguais para as duas condições de máximo deslocamento da fonte. A pressão máxima em C ocorre quando a fonte está em um dos extremos de máximo

deslocamento. Ao retornar à posição inicial a pressão acústica se torna nula e quando inicia o movimento para a posição contrária a pressão acústica volta a aumentar e não a diminuir como observado nos pontos A e B. Este comportamento pode ser observado na comparação das respostas de pressão no tempo para os três pontos (Figura 40). No trabalho de Frost e Harper (1975) abordado na Seção 2.2. conclui-se efeito semelhante para o caso de esfera oscilante, onde no plano simétrico perpendicular ao eixo de oscilação a componente de maior intensidade é a segunda harmônica da frequência fundamental de oscilação.

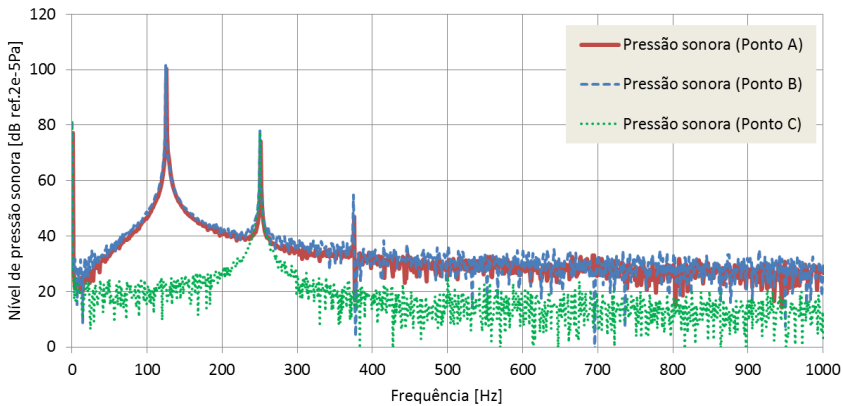


Figura 39 – Comparação do espectro de pressão nas posições A, B e C.

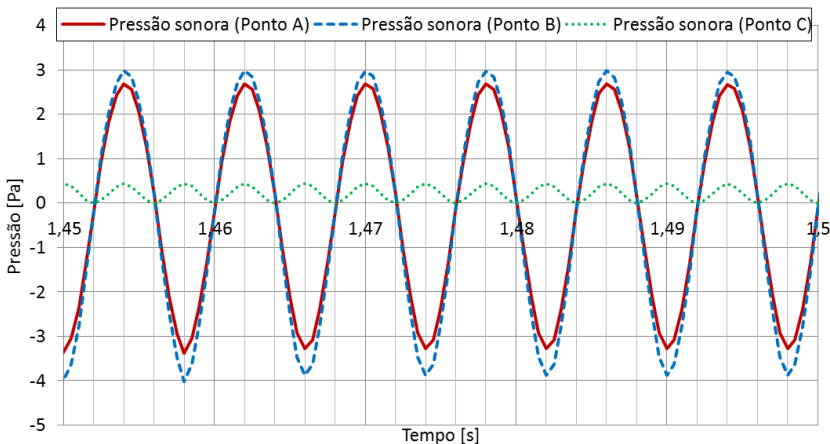


Figura 40 – Comparação da resposta de pressão no tempo nas posições A, B e C.

3.6.2. Resultados da simulação CFD

Na análise numérica em CFD a função que descreve o movimento do corpo oscilante é dada em termos de deslocamento (Figura 41).

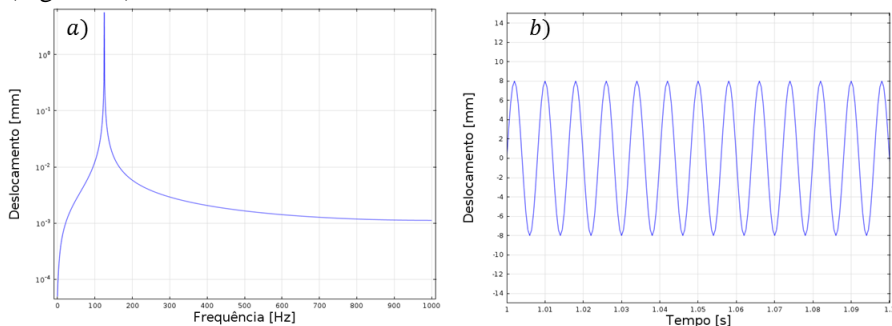


Figura 41 – Função de entrada do corpo oscilante em termos de deslocamento.

a) Auto espectro da função de entrada, e b) variação com o tempo.

Na Figura 42 o espectro de pressão obtido pela análise CFD é comparado ao da resposta obtida na análise acústica FEM. Mais uma vez tem-se uma resposta espectral rica em harmônicas quando se consideram as grandes amplitudes de deslocamento da fonte. Na comparação da resposta de pressão no tempo mostrada na Figura 43 o comportamento assimétrico da onda também é observado na abordagem CFD. Verificou-se, portanto, que os efeitos de não linearidade acústica devido às grandes amplitudes de deslocamento também são observados através da abordagem CFD.

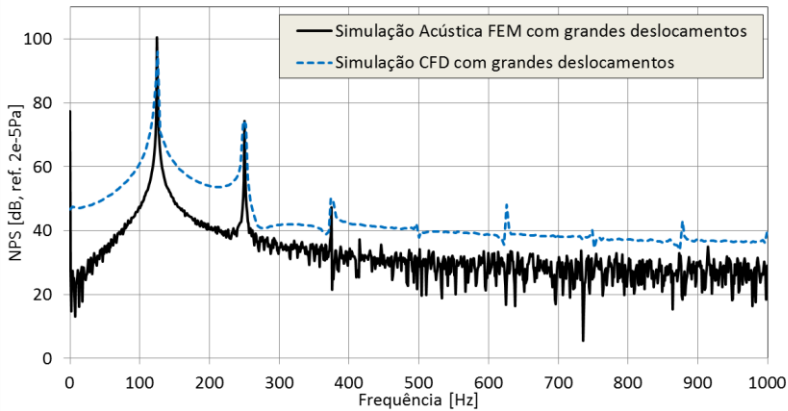


Figura 42 – Comparação do espectro de pressão na posição A entre as abordagens CFD e acústica FEM.

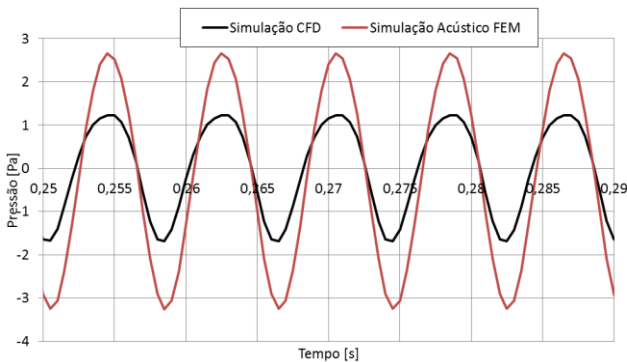


Figura 43 – Comparação da resposta de pressão acústica na posição A ao longo do tempo entre as abordagens CFD e acústica FEM.

Na Figura 43 observa-se que a amplitude do sinal de pressão calculada é maior para a simulação acústica FEM. Na simulação acústica o meio fluido não considera efeitos de dissipação de energia em sua formulação. Já na formulação CFD o efeito de menor amplitude da onda pode estar relacionado às dissipações pela viscosidade.

3.7. Simulação CFD com modelo de turbulência $k - \varepsilon$

A simulação CFD considerando modelos de turbulências traz consigo a necessidade de configurações de malhas de maior refino,

principalmente nas proximidades da parede. A configuração da malha mostrada na Figura 30 não permite refinamentos muito maiores do que o apresentado. Na configuração mostrada isso poderia gerar problemas de convergência da solução devido à geração de elementos com volume negativo.

Para permitir um refinamento acentuado da malha na região de deslocamento do corpo utilizou-se outra metodologia onde o domínio fluido foi dividido em diferentes partes conforme indicado na Figura 44. As regiões denominadas *Fixa* são regiões onde a malha não sofre alteração tanto em sua estrutura quanto na posição. A região denominada *Móvel* não sofre alteração da estrutura da malha, no entanto, toda a região se move juntamente com o contorno do disco. Por fim, as regiões indicadas por *Variável* são as que deformam em função do movimento da região *Móvel*. As interfaces entre as regiões *Fixa* e regiões *Móvel* e *Variável* são definidas de forma a permitir o movimento e deformação das regiões sem alterar a estrutura da região *Fixa*.

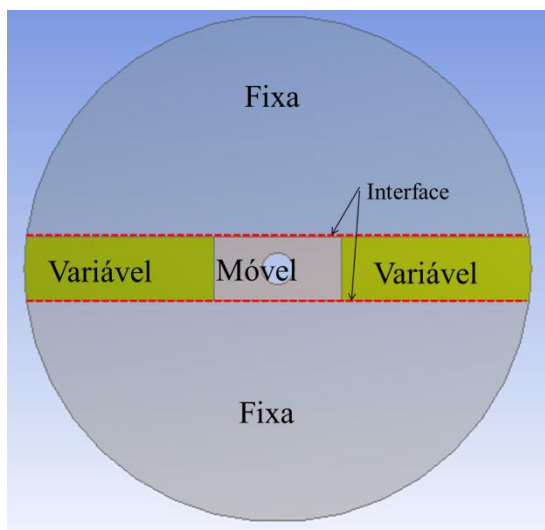


Figura 44 – Regiões do domínio para construção da malha semi-estruturada.

Esta ferramenta permite que o conjunto de malha da região denominada *Móvel* deslize através das *Interfaces* funcionando como uma espécie de trilho, concentrando as deformações de estrutura de malha nas regiões denominadas *Variável*. Desta forma, a região de malha em volta do corpo oscilante pode ser refinada sem que haja

problemas de convergência da solução devido à deformação excessiva dos elementos durante o movimento do corpo.

Através dessa abordagem de divisão do domínio da malha são definidas quatro configurações com diferentes graus de refinamento de malha. As configurações de malhas são apresentadas nas Figuras 45, 46, 47 e 48 denominadas A, B, C e D, respectivamente.

As características de cada malha computacional são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2- Características das malhas computacionais.

Malha	Número de elementos	Número de nós
A	1285	9656
B	4011	29262
C	5478	39762
D	28356	178111

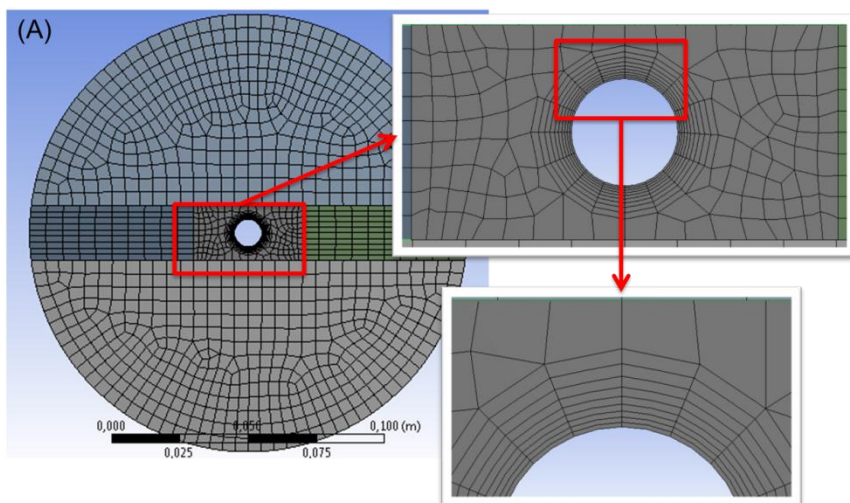


Figura 45 – Configuração de malha (A) utilizada no modelo CFD.

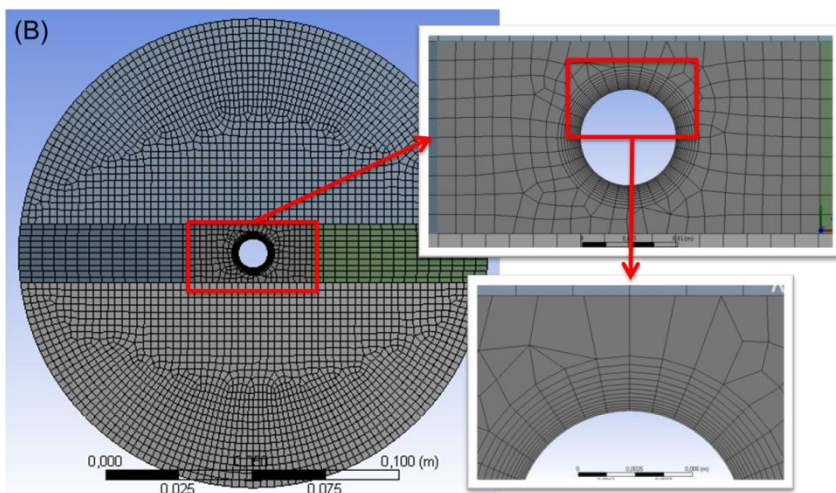


Figura 46 - Configuração de malha (B) utilizada no modelo CFD.

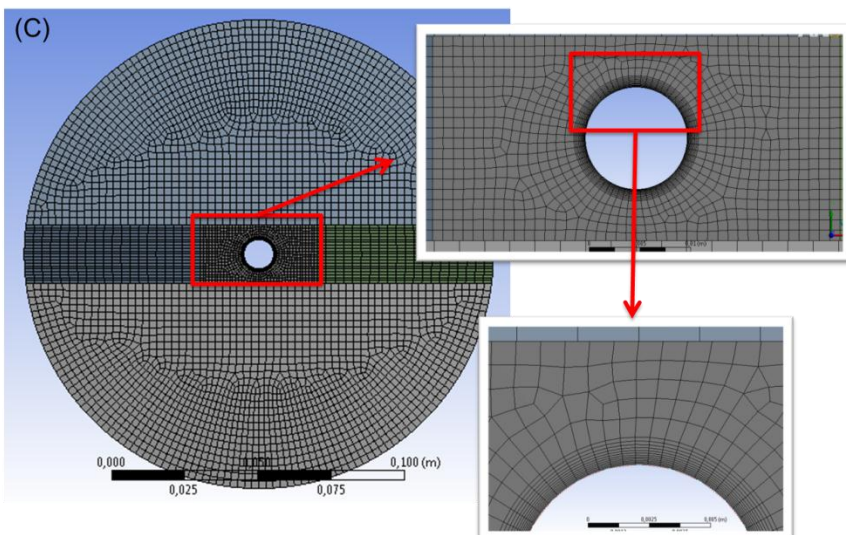


Figura 47- Configuração de malha (C) utilizada no modelo CFD.

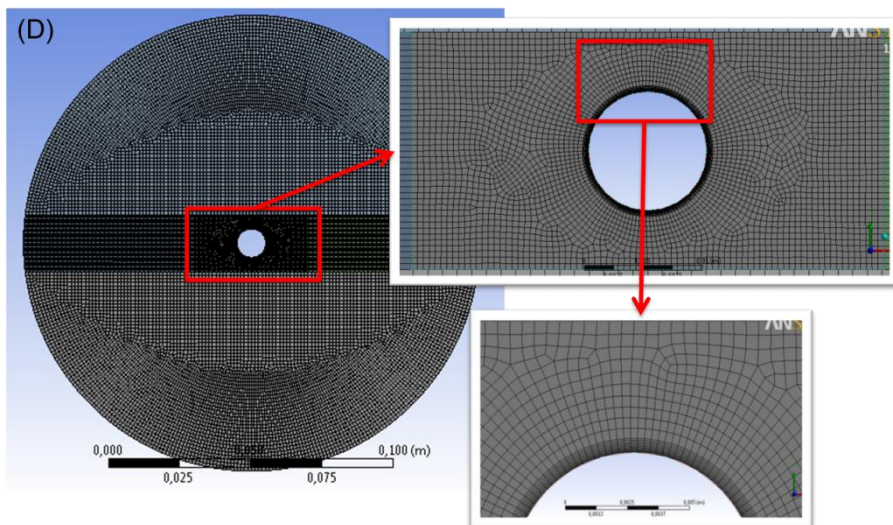


Figura 48 - Configuração de malha (D) utilizada no modelo CFD.

Nas Figuras 49, 50 e 51 comparam-se as respostas de pressão no ponto A considerando regime laminar do modelo anterior (Figura 30) e o modelo de turbulência $k - \epsilon$ para as quatro configurações de malhas indicadas na Tabela 2. Considerou-se também a simulação laminar utilizando a malha C mostrada na Figura 47. Todas as respostas foram calculadas para o ponto A indicado na Figura 28.

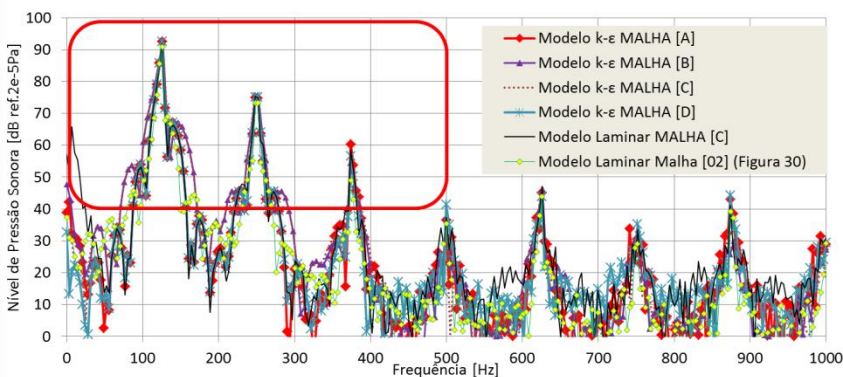


Figura 49 – Comparação do espectro de frequência calculada considerando regime laminar e o modelo de turbulência $k - \epsilon$.

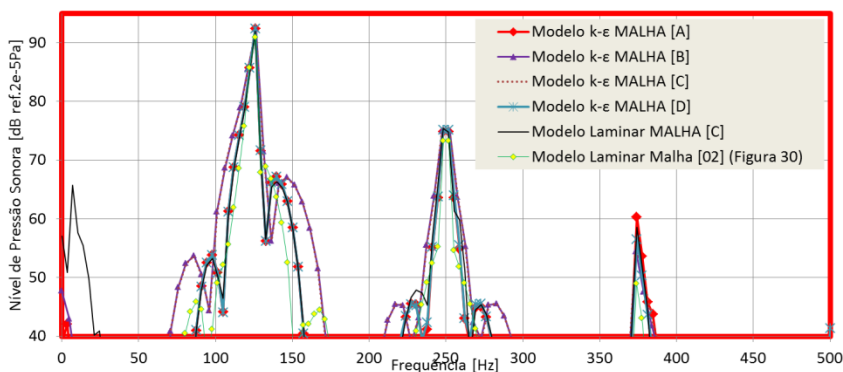


Figura 50 – Ampliação da Figura 49 na região de interesse.

Os resultados mostram que para a faixa de frequência de interesse não há diferença significativa entre as respostas, mesmo considerando o modelo de turbulência $k - \epsilon$ e configuração de malha D. Indicando que mesmo a utilização de malha menos refinada (Figura 30) e a consideração de regime laminar permite a representação dos efeitos das não linearidades geométricas de forma satisfatória.

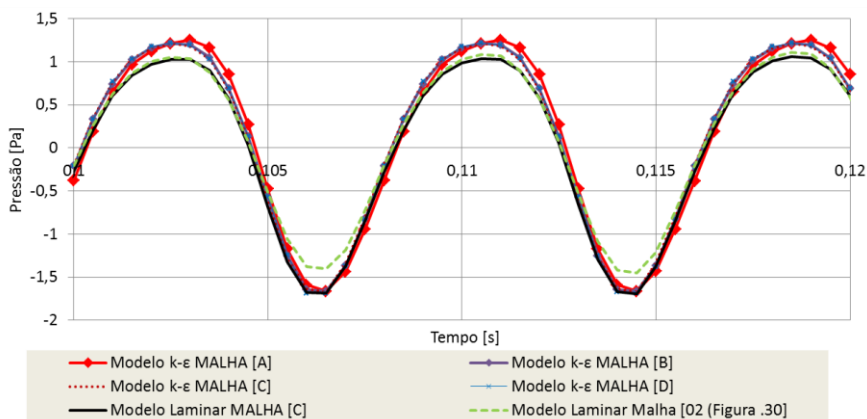


Figura 51 – Comparação da resposta de pressão no domínio do tempo considerando regime laminar e o modelo de turbulência $k - \epsilon$.

4. ACÚSTICA NÃO LINEAR EM FLUIDOS

4.1. Introdução

A teoria de acústica clássica assume pequenas amplitudes de onda e comportamento linear do meio fluido. Esse tipo de consideração é válido para a grande maioria das análises acústicas, porém quando se trata de elevados níveis de pressão sonora a teoria clássica não representa corretamente o comportamento físico. Segundo Lauterborn, Kurz e Akhatov (2007) todos os fenômenos acústicos necessariamente se tornam não lineares em altas intensidades, e os efeitos dos fenômenos de ondas de amplitude finita ocorrem através da não linearidade presente no comportamento do fluido.

Os efeitos da não linearidade no fluido e da não linearidade geométrica são similares. Tem-se a geração de distorção harmônica da onda original que conduz a um espectro rico em harmônicas. No entanto, em acústica não linear a geração de resposta rica em harmônicas está associada à deformação da onda acústica. Considerando uma fonte gerando um tom puro, sua energia é transferida gradualmente das harmônicas menores para as de maior ordem, fazendo com que o formato da onda em propagação que inicialmente era senoidal tenda ao formato de onda “dente de serra”. Tal fenômeno é também conhecido por efeito de não linearidade cumulativa.

Segundo Hamilton e Blackstock (1998), os efeitos não lineares são classificados em *cumulativos* ou *locais*. Os efeitos *cumulativos* são aqueles resultantes da variação de velocidade de propagação na forma da onda que causam distorções e se acumulam ao longo da distância. A relação não linear entre pressão e densidade é um exemplo de efeito de não linearidade cumulativa. Os demais efeitos que conduzem à divergência entre o comportamento do sinal fonte e o campo acústico, como a diferença entre coordenadas material e espacial, grandes deslocamentos de movimento da fonte, e não linearidades na relação pressão/velocidade de partícula são conhecidas como efeitos *locais*, pois a distorção que produzem não aumenta com a distância de propagação. Segundo Blackstock (1962), na grande maioria dos casos os efeitos não lineares locais são pequenos quando comparados às distorções cumulativas (exceto próximos a fonte) e podem muitas vezes ser desprezados. Os efeitos locais aumentam a complexidade da análise de propagação de ondas, e sua contribuição costuma ser pequena para a maioria dos casos. Em função disso grande parte das formulações

simplifica a análise considerando somente os efeitos não lineares cumulativos.

Um exemplo de deformação da onda pode ser demonstrado da propagação de uma onda sonora harmônica no ar. A Figura 52 apresentada graficamente uma onda em que a pressão sonora p varia ao longo da distância x . A pressão estática P_{stat} indica a linha de referência em torno do qual a pressão oscila. Em um ambiente aberto esta pressão é a atmosférica (1 bar). No diagrama abaixo da onda a distribuição de densidade é apresentada esquematicamente em escala de cinza.

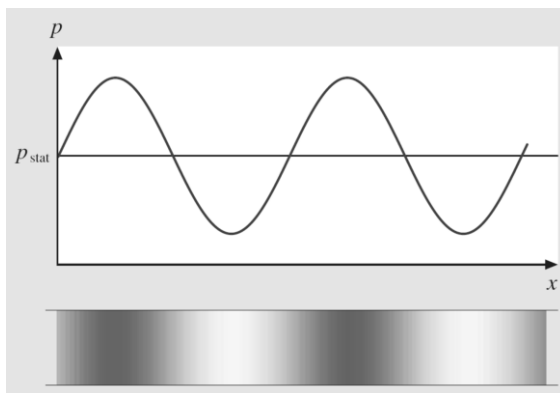


Figura 52 - Representação da onda senoidal e distribuição de densidade ao longo da onda.

À medida que a amplitude de pressão sonora aumenta constantemente chega-se a um ponto onde a pressão sonora mínima no processo de rarefação da onda atinge um mínimo. Este ponto é alcançado quando a pressão sonora mínima é zero. É impossível alcançar pressões menores que esta. Entretanto, podem-se obter pressões bem maiores que a pressão atmosférica. Esta assimetria na densidade entre compressão e expansão é responsável pela geração de harmônicas em uma onda em propagação.

Segundo Pinton (2007) o efeito cumulativo da não linearidade está diretamente relacionado à variação da velocidade do som ao longo de um comprimento de onda. Uma onda inicialmente senoidal, por exemplo, possui uma velocidade do som maior quando a velocidade de partícula é positiva do que quando negativa. Ao longo da propagação da onda o pico de compressão e o pico de rarefação se aproximam (Figura 53). Eventualmente, os dois coincidem e dão origem às descontinuidades de pressão ou ondas de choque.

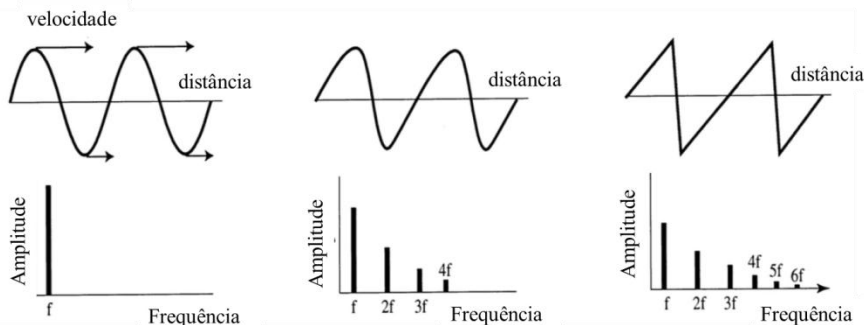


Figura 53 - Distorção da onda devido à diferença de velocidade de partícula no momento da compressão e rarefação.

Muitos modelos com diferentes graus de complexidade e aproximação existem na literatura, resultantes da aplicação de simplificações e hipóteses (que dependem da situação física em consideração) feitas às equações exatas do movimento para fluidos compressíveis sem dissipações.

4.2. Equações da acústica não linear

Dentre os modelos de acústica não linear em fluidos um modelo bastante conhecido resultou na equação de Kuznetsov (KUZNETSOV, 1971). Alguns autores (Walsh 2007 e Ramussen 2009) denominam este modelo de equação “clássica” da acústica não linear. A equação de Kuznetsov descreve a propagação da onda considerando os efeitos não lineares de segunda ordem. Outro modelo de equação da onda não linear é o modelo de Soderholm (SODERHOLM, 2000) que usa a equação exata do estado ao invés da consideração de segunda ordem. Segundo Walsh (2007), os termos não lineares nessas equações da onda implicam na velocidade do som dependente do estado de tensão no fluido, levando eventualmente à formação de ondas de choque.

A formulação da equação da onda não linear pode ser obtida partindo da equação linear da onda.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \Delta \phi = 0 \quad (4.1)$$

onde ϕ é o potencial de velocidade ($\phi = \nabla \vec{u}$, sendo u a velocidade de partícula), c a velocidade do som, Δ o laplaciano e ∇ o operador gradiente.

A equação isentrópica do estado pode ser escrita como,

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma \quad (4.2)$$

onde P e P_0 são a pressão total e a do meio, ρ e ρ_0 são as densidades total e a do meio, γ é a razão entre os calores específicos (1,4 para o ar). A equação do estado é combinada com a conservação da quantidade de movimento e conservação da massa para o fluido dando origem à equação da onda não linear. Na formulação de Soderholm a equação exata do estado é usada. Na abordagem de Kuznetsov, esta é primeiramente expandida em série de Taylor de forma isentrópica $s = s_0$,

$$p = P - P_0 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{s_0, \rho_0} (\rho - \rho_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right)_{s_0, \rho_0} (\rho - \rho_0)^2 + \dots \quad (4.3)$$

que pode ser compactada em

$$p = A \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) + \frac{B}{2} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2 + \dots \quad (4.4)$$

onde $A = \rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{s_0, \rho_0} \cong \rho_0 c_0^2$, e $B = \rho_0^2 \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right)_{s_0, \rho_0}$. Uma vez que $\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{s_0, \rho_0} = c_0^2$ tem-se que a razão entre os primeiros dois termos é

$$\frac{B}{A} = \frac{\rho_0}{c_0^2} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right)_{s_0, \rho_0}. \quad (4.5)$$

O parâmetro B/A expressa de forma aproximada a magnitude da não linearidade do meio. A relação B/A é conhecida como o parâmetro não linear. Tabelas de valores para B/A para diversos fluidos podem ser encontrados em literaturas de acústica não linear (LAUTERBORN, KURZ e AKHATOV, 2007).

Na abordagem de acústica linear somente o primeiro termo da expansão da equação do estado é considerada. Neste caso, tem-se

$$p = A \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) = c_0^2 (\rho - \rho_0). \quad (4.6)$$

A equação de Kuznetsov (KUZNETSOV, 1971) utiliza a expansão em série de Taylor da equação do estado truncando os termos

na expansão de segunda ordem. A equação é obtida pela combinação da expansão por série de Taylor da equação do estado com as equações de conservação de massa e movimento, obtendo-se

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \Delta \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(b(\Delta \phi) + \frac{B/A}{2c^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 + (\nabla \phi)^2 \right) = 0 \quad (4.7)$$

onde ϕ é o potencial de velocidade definido por $p = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t}$, p é a pressão acústica e ρ a densidade do fluido. Os dois primeiros termos da Equação 4.7, são os mesmos da equação linear da onda, sendo o quarto e o quinto termos parâmetros não lineares. O terceiro termo da equação é referente à absorção linear, em que o parâmetro b é referente à absorção no fluido devido à viscosidade e à condutividade térmica.

Soderholm (2000) obteve uma equação não linear da acústica de maior ordem a qual considera efeitos de não linearidades de maior ordem. Nesta abordagem, a equação exata do estado é usada diretamente ao invés da aproximação de segunda ordem usada na equação de Kuznetsov. Entretanto, esta equação é válida somente para ar, ao contrário da equação de Kuznetsov que pode ser utilizada para qualquer fluido que possua valor conhecido de B/A . Combinando a equação do estado com a da conservação de massa e movimento, obtém-se (SODERHOLM, 2000)

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \Delta \phi - \frac{b}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\Delta \phi) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \phi)^2 + \frac{1}{c_0^2} \nabla \phi \cdot \nabla (\nabla \phi)^2 + \\ \frac{\gamma-1}{c_0^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} \phi + \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 \right) \Delta \phi = 0. \end{aligned} \quad (4.8)$$

A faixa de validade da equação não linear da onda é tipicamente expressa em termos de número de *Mach* acústico.

$$M_c = \frac{u}{c_0} \quad (4.9)$$

onde u é a velocidade de partícula e c_0 é a velocidade do som. Diretrizes gerais são dadas em Marakov (1997). Segundo Walsh (2010) para a equação de Kuznetsov é dado um limite de $M \leq 0,1$. Para uma equação da onda de terceira ordem o limite é $M \leq 0,7$. Essas são orientações úteis para o usuário ao decidir qual equação é aplicável à sua necessidade.

Outra formulação conhecida na literatura é a equação de Westervelt (HAMILTON e BLACKSTOCK, 1998). Esta formulação é uma aproximação de segunda ordem da equação da onda, na qual os

efeitos locais são desprezados, baseado na distinção feita entre os efeitos locais e cumulativos. Sua formulação é dada por

$$\frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \left(\nabla p + \frac{\delta}{\rho c^2} \frac{\partial(\nabla p)}{\partial t} \right) \right) = \frac{\beta}{\rho^2 c^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2}, \quad (4.10)$$

onde p é a pressão acústica, ρ e c são a densidade e velocidade do som, respectivamente, β é o coeficiente de não linearidade

$$\beta = 1 + \frac{1}{2} \frac{B}{A}. \quad (4.11)$$

O termo δ é a difusividade do som (LIGHTHILL, 1980) dada por

$$\delta = \nu \left(\frac{4}{3} + \frac{\mu_B}{\mu} + \frac{\gamma-1}{Pr} \right), \quad (4.12)$$

onde $\nu = \mu/\rho_0$ é a viscosidade cinemática. Valores típicos para μ_B/μ são 0,6 para o ar à temperatura ambiente, γ é razão entre os calores específicos igual a 1,4 para o caso do ar, e Pr é o número de Prandtl (HAMILTON e BLACKSTOCK, 1998). Na equação de Westervelt, todos os efeitos não lineares cumulativos estão associados ao termo à direita da igualdade na Equação (4.10).

4.3. Solução de Fubini

Até o momento o conceito de não linearidade foi discutido apresentado as equações diferenciais parciais mais comumente usadas para descrever esse fenômeno. Nesta seção, é apresentada a solução analítica para ondas planas geradas por fontes monocromáticas.

A solução exata dada por Fubini é formulada considerando um meio sem perdas sendo válida somente para o regime conhecido como pré-choque. Este regime consiste na condição anterior à da formação da onda de choque (ver Figura 47), onde para o caso de uma onda plana a distância de formação da onda de choque é dada por

$$x_{sh} = \frac{1}{\left(1 + \frac{B/A}{2}\right) \varepsilon k} \quad (4.13)$$

onde $\varepsilon = u_0/c$ representa o número de Mach e k é o número de onda. Como esperado, quando maior a amplitude da fonte e para maiores não linearidades do fluido (maior fator B/A) mais próximo da fonte ocorre a formação da onda de choque. Uma vez que k está no denominador da

Equação 4.13, quanto maior a frequência mais próxima da fonte ocorre a formação do choque.

A solução de Fubini para uma onda plana na qual são considerados os efeitos cumulativos é dada por

$$p(x, t) = p_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\bar{x}} J_n(n\bar{x}) \sin(n\omega\tau), \quad (4.14)$$

onde $J_n(x)$ é a função de Bessel de ordem n , $\bar{x} = x/x_{sh}$, e $\tau = t - \frac{x}{c_0}$. Sua formulação assume o meio sem perdas e é válida somente para $x < x_{sh}$, ou seja, antes da formação da onda de choque.

4.4. Aplicação numérica e verificação da equação de Westervelt

Dentre as diversas formulações de equação da onda não linear optou-se pela implementação da equação de Westervelt. Esta formulação foi escolhida por permitir representar os efeitos cumulativos presentes no fluido de forma isolada. Faz-se necessária uma análise transiente para modelar o efeito cumulativo da onda.

A formulação de Westervelt foi implementada no código comercial COMSOL que permite a aplicação direta das equações adaptando as formulações existentes ou através da formulação fraca¹ (*weak form*). No caso da formulação escolhida o termo não linear pode ser adicionado diretamente à formulação linear da equação da onda (COMSOL, 2012). O procedimento de criação das matrizes do elemento e montagem das matrizes globais para solução do sistema é executado de forma automática.

A equação de Westervelt resolvida no modelo é dada por

$$\frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \left(\nabla p + \frac{\delta}{\rho c^2} \frac{\partial(\nabla p)}{\partial t} \right) \right) = \frac{\beta}{\rho^2 c^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2}, \quad (4.15)$$

onde neste caso o termo, δ , denominado difusividade acústica foi considerado nulo. Este modelo considera somente o termo referente à não linearidade responsável pelo efeito cumulativo da onda, que por sua vez, dá origem à espectros ricos em harmônicas. Mais adiante será visto

¹ A formulação fraca de equações diferenciais parciais consiste em uma formulação na forma de integral da equação ao longo da condição de contorno do problema. Esta formulação usada comumente no método de elementos finitos permite maior liberdade na definição de problemas (COOK, 2001).

que esta consideração não afeta significativamente a precisão do resultado quando comparado à solução exata de Fubini.

O *software* considera no modelo acústico transiente linear a seguinte equação genérica a ser resolvida

$$\frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} (\nabla p - \mathbf{q}) \right) = \mathbf{Q}, \quad (4.16)$$

onde os termos \mathbf{q} e \mathbf{Q} são denominados fonte dipolo (em N/m³) e fonte monopolo (em 1/s²), respectivamente. Ambos os termos são opcionais. Na implementação da equação da onda não linear assume-se que o termo \mathbf{Q} seja equivalente ao termo da direita da equação de Westervelt. Desta forma a implementação da equação de Westervelt pôde ser feita diretamente adaptando a formulação linear existente.

A aplicação inicial consiste em um tubo preenchido de ar tendo uma de suas extremidades aberta. A fim de representar a condição aberta na extremidade direita do tubo, é aplicada a condição de mínima reflexão, conhecida também como NRBC (*Non-Reflecting Boundary Condition*). A condição de contorno de excitação é aplicada na extremidade esquerda do tubo conforme Figura 54, através de uma pressão prescrita, com variação harmônica de frequência $\omega = 2\pi f$ e amplitude inicial p_0 .

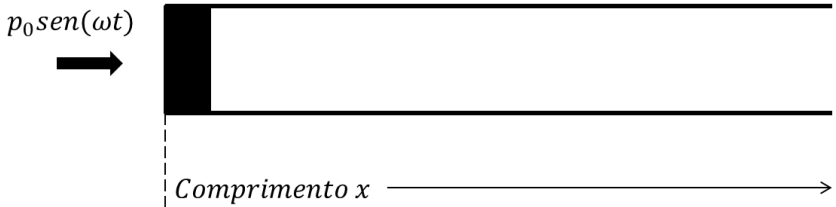


Figura 54 – Representação do modelo de tubo com formulação de Westervelt.

A solução exata deste problema é dada por Fubini no regime antes da formação da onda de choque. Para o caso analisado a frequência de excitação na extremidade do tubo é 125 Hz. O ar possui densidade $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$ e velocidade do som $c = 344 \text{ m/s}$, o parâmetro não linear B/A é 0,4 para o caso do ar. Através da Equação 4.13 obtém-se a distância de formação da onda de choque $x_{sh} = 19,9 \text{ m}$. Desta forma, a solução de Fubini é válida para distâncias inferiores a este valor nos parâmetros citados.

Definiu-se o comprimento x do tubo igual a 19,9 m, valor limite para solução de Fubini. A excitação foi definida em termos de

pressão prescrita. Obteve-se o valor da pressão através da relação entre pressão e velocidade para ondas planas monocromáticas, dada por

$$p = \rho_0 c_0 u, \quad (4.17)$$

sendo a velocidade de 6,28 m/s obtida a partir do sinal senoidal de 125 Hz com amplitude de deslocamento de 0,008 m. Através da Equação 4.17 obtém-se a pressão de 2701,0 Pa equivalente.

A discretização do modelo foi feita por elementos lineares com comprimento máximo de 0,12 m. O incremento (passo) de tempo utilizado foi de 0,00016 segundos, o que corresponde a $\frac{1}{50}$ do período da onda. O sinal de entrada foi multiplicado por uma função rampa a fim de se evitar um transiente brusco. As Figuras 55, 56 e 57 mostram a solução extraída em $x = 1$ m, $x = 9$ m e $x = 16$ m, respectivamente. Em todos os casos a solução da formulação de Westervelt é comparada com a solução exata de Fubini e a solução linear.

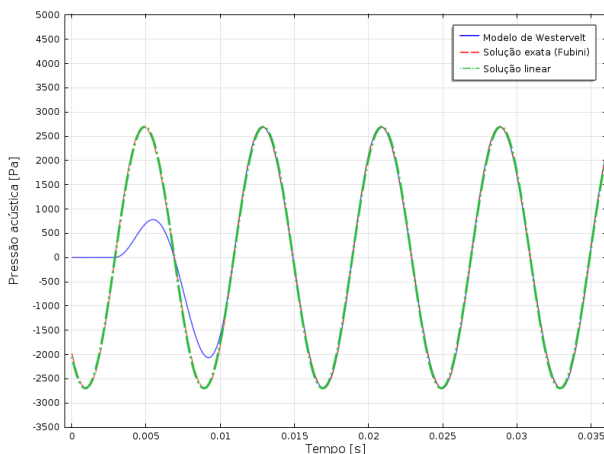


Figura 55 - Pressão acústica radiada na posição $x=1$ m.

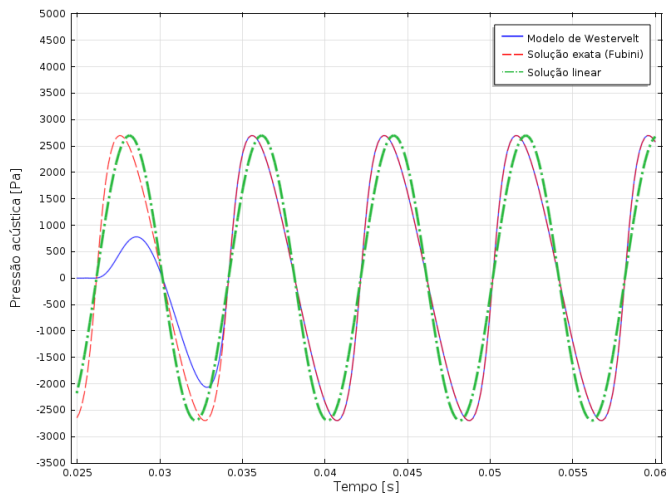


Figura 56 - Pressão acústica radiada na posição $x=9\text{ m}$.

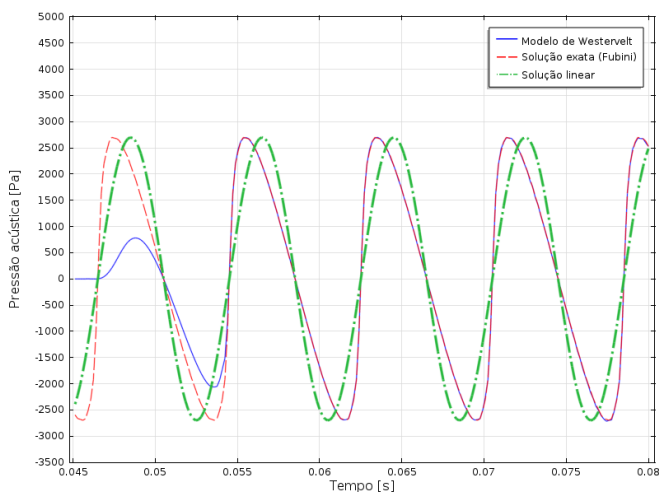


Figura 57 - Pressão acústica radiada em na posição $x=16\text{m}$.

As Figuras 58, 59 e 60 apresentam os espectros da pressão sonora para as três posições, $x = 1\text{ m}$, $x = 9\text{ m}$ e $x = 16\text{ m}$, respectivamente.

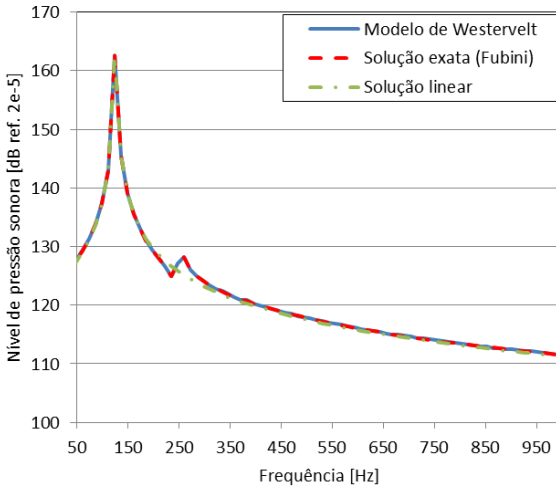


Figura 58 – Espectro de frequência da pressão radiada na posição $x=1$ m.

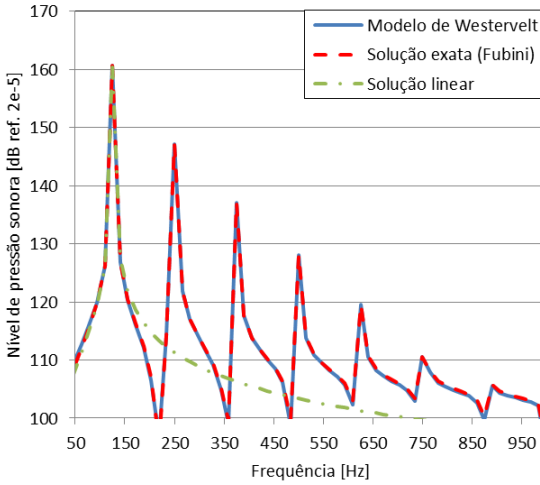


Figura 59 - Espectro de frequência da pressão radiada na posição $x=9$ m.

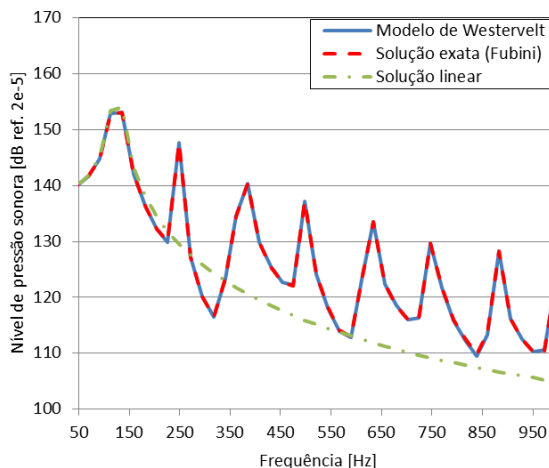


Figura 60 - Espectro de frequência da pressão radiada na posição $x=16$ m.

À medida que a onda se propaga observa-se que o efeito cumulativo torna-se cada vez mais evidente, e a energia da onda é transferida da frequência fundamental para as harmônicas de mais alta ordem.

A fim de demonstrar a diferença entre as soluções linear e não linear, a Figura 61 apresenta os resultados para a pressão sonora ao longo do comprimento do tubo usando a teoria linear e a equação de Westervelt, obtida numericamente usando o *software* COMSOL. Fica evidente neste caso que a teoria linear não é adequada para descrever o comportamento de deformação da onda a longas distâncias. Observe que a pressão inicial p_0 é igual a 2701 Pa.

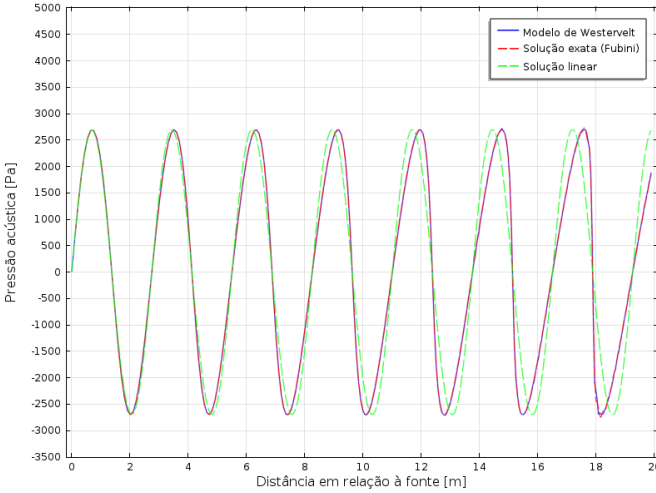


Figura 61 - Pressão acústica ao longo do tubo.

Para esta mesma aplicação do campo acústico no interior de um tubo, a Figura 62 mostra a resposta de pressão em $x = 16$ m considerando a amplitude de excitação da ordem 10 Pa, que corresponde a ordem de grandeza da excitação para o caso do disco oscilante descrito no Capítulo 3. Veja, por exemplo, a Figura 34, onde a pressão é até menor, da ordem de 3 Pa inicial.

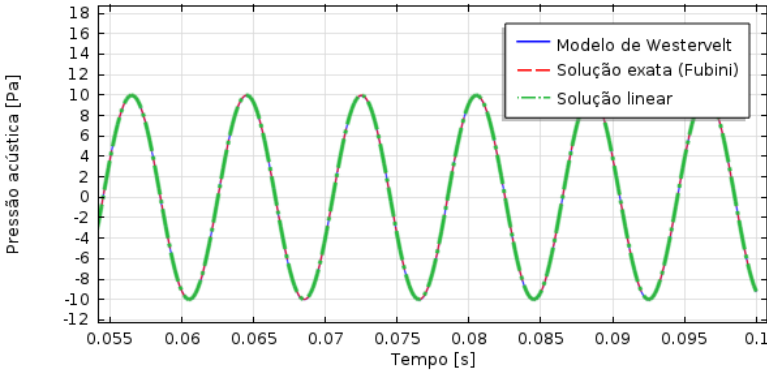


Figura 62 – Pressão acústica em $x=16$ m com excitação $P=10$ Pa.

Nota-se que mesmo a 16 metros da fonte não há sinal de deformação da onda devido aos efeitos cumulativos na amplitude de pressão analisada. Evidentemente, em fenômenos onde há grandes

amplitudes de deslocamento da fonte e os níveis de pressão sonora estão na ordem de 10 Pa, os efeitos cumulativos são desprezíveis, mostrando, portanto que os efeitos da não linearidade geométrica são bastante significativos em relação aos efeitos cumulativos da onda.

4.5. Aplicação no modelo simplificado de mola

Demonstrou-se a necessidade de considerar os efeitos não lineares no fluido para altas amplitudes e grandes distâncias. Apesar disso, não se tem na literatura um consenso sobre quando, de fato, os efeitos cumulativos podem ser desprezados. Neste aspecto a abordagem do modelo não linear foi aplicada ao caso da simplificação da mola, em que uma circunferência oscila em um domínio acústico. A geometria do modelo é a mesma utilizada no Capítulo 3, mostrada na Figura 28. O ponto de “medição” da pressão sonora *A* é o mesmo, conforme Figura 63. Neste modelo a condição de contorno de excitação é considerada fixa no espaço de coordenadas, pois o objetivo consiste em identificar apenas a contribuição das não linearidades cumulativas para este caso, sem os efeitos das não linearidades geométricas.

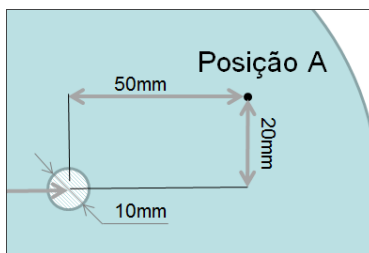


Figura 63 – Posição do ponto A em relação ao centro da circunferência oscilante.

Foi adotada a mesma configuração de malha FEM com inflação apresentada na Figura 28. A condição de contorno de excitação é descrita em termos de aceleração prescrita, definida por,

$$Aceleração_x = A(2\pi f)^2 \sin(2\pi f t) \quad [m/s^2],$$

onde *A* é a amplitude de deslocamento da fonte igual a 0,008 m e *f* é a frequência de excitação igual a 125 Hz.

A comparação da abordagem linear e a formulação de Westervelt da pressão sonora obtida no ponto *A* são apresentadas nas Figuras 64 e 65. Para excitações na ordem de grandeza descrita e em

distâncias próximas à fonte, os efeitos cumulativos são desprezíveis na resposta de pressão. A Figura 64 mostra a pressão sonora no domínio do tempo e a Figura 65, o espectro desta mesma pressão.

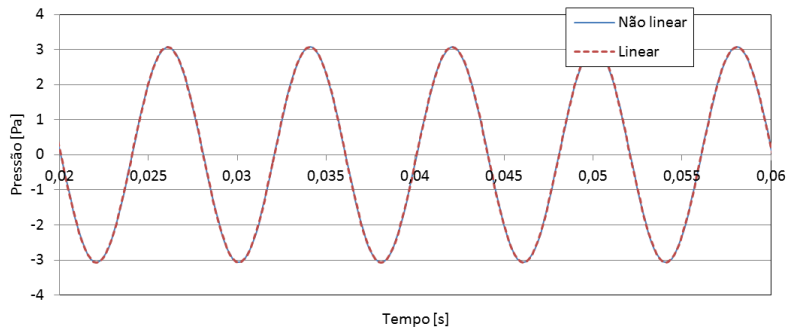


Figura 64 - Pressão sonora no ponto A. Comparação entre a abordagem não linear de Westervelt e linear.

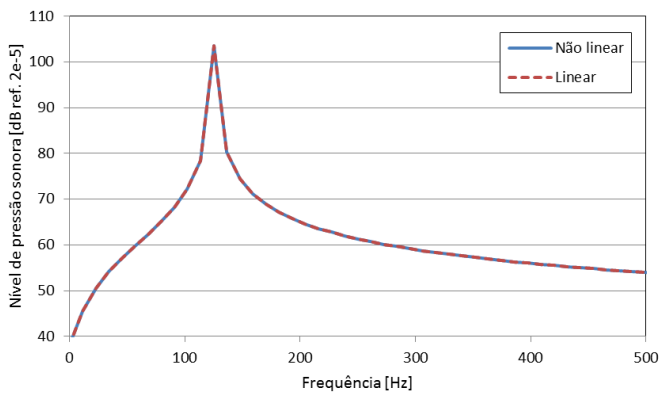


Figura 65 - Espectro de frequência da pressão sonora no ponto A. Comparação entre a abordagem não linear de Westervelt e linear.

Fica assim evidenciado que para o caso de um objeto oscilante no ar, como mostrado na Figura 28, tendo diâmetro de 10 mm e amplitude de deslocamento de 8 mm, na frequência de 125 Hz, os efeitos de não linearidades no campo acústico deve-se quase que exclusivamente à não linearidade geométrica. Os efeitos de não linearidade do fluido e para pequenas distâncias de propagação são desprezíveis.

5. AVALIAÇÃO POR CFD DO CAMPO ACÚSTICO GERADO POR UM DISCO TÍPICO DE UMA MOLA DE COMPRESSOR

5.1. Introdução

Neste capítulo a abordagem CFD é aplicada para estudar a resposta acústica gerada por uma fonte com grandes amplitudes de deslocamento avaliando parâmetros comuns à aplicação de compressores. Nas simulações, são examinadas diferentes combinações de frequências, amplitudes, fluidos de trabalho e geometrias. Em uma primeira análise avaliou-se o efeito da amplitude de deslocamento da fonte nos efeitos de não linearidades geométricas. Numa segunda etapa, são simulados diferentes frequências de oscilação também comuns à aplicação de compressores. O efeito de diferentes fluidos de trabalho é também simulado. E por fim, verificou-se o efeito no campo acústico quando há mais de uma fonte oscilante.

5.2. Geometria e malha

Neste capítulo, além da geometria já mostrada na Figura 28, foi utilizada outra geometria a fim de representar o efeito do acréscimo do número de fontes oscilantes. Para representar o efeito de mais de uma fonte definiu-se a geometria mostrada na Figura 66. A distância relativa entre o disco superior e o ponto *A* é a mesma adotada na geometria com somente uma fonte.

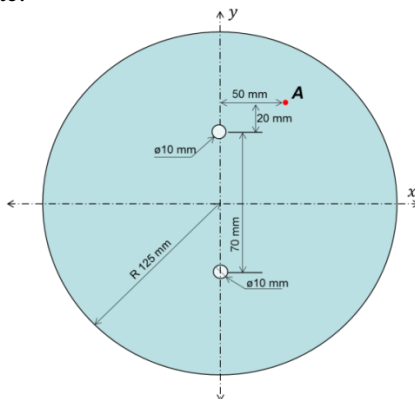


Figura 66 - Geometria B com duas fontes oscilantes.

As malhas para ambas as geometrias foram geradas por elementos hexaédricos. A região da malha em torno da circunferência oscilante foi gerada por meio da ferramenta “inflação” permitindo comportamento estruturado nessa região. A malha A, identificada na Figura 67 (a) contendo uma única fonte, o total 1282 elementos, enquanto que para a malha B da segunda geometria (Figura 67 (b)) são 7282 elementos.

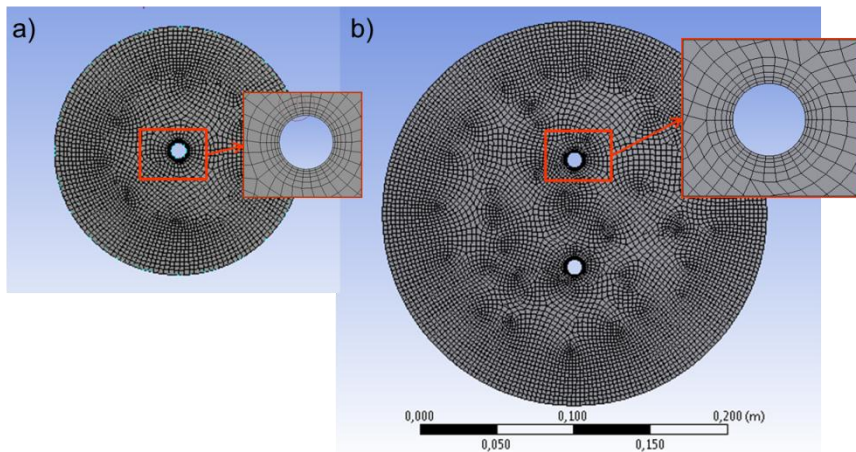


Figura 67 – Configurações de malhas utilizadas nos modelos CFD. (a) uma fonte. (b) duas fontes.

5.3. Condições de contorno e iniciais

Os modelos foram criados no código comercial ANSYS CFX 14, utilizando a abordagem transiente para descrever o comportamento do campo acústico gerado. As simulações deste capítulo consideram o disco oscilando em campo aberto. Assim como foi descrito na Seção 3.4.5.1 as condições de contorno aplicadas foram: *simetria*, *abertura* e *interface fluido-estrutura*. Para as simulações o regime de operação do fluido foi considerado laminar.

5.4. Análises

A primeira análise mostra uma comparação da influência de diferentes amplitudes de deslocamento no efeito gerado pela não linearidade geométrica. Além do modelo já analisado com amplitude de

8 mm e frequência de 125 Hz, outras três amplitudes foram simuladas, 1 mm, 2 mm e 5 mm com a mesma frequência.

A análise seguinte abordou o efeito da excitação com frequências diferentes, sendo estas comuns à aplicação de compressores. Foram avaliadas as frequências de excitação de 60, 125 e 250 Hz. Para cada frequência definiu-se um novo incremento de tempo conforme mostrado na Tabela 3.

Tabela 3 – Incremento de tempo e de cada frequência de excitação para ar.

Frequência de excitação [Hz]	Passo de tempo [s]
60	0,001
125	0,0005
250	0,0003

Além da análise no meio ar, são apresentados também os efeitos considerando os fluidos refrigerantes R600a e R134a. As propriedades utilizadas para cada um desses fluidos são mostradas na Tabela 4.

Tabela 4 – Propriedades dos fluidos de trabalho.

Propriedade	Ar	R600a (Isobuteno)	R134a
Temperatura [C]	25	40	40
Densidade [kg/m^3]	1,25	1,32	4,24
Cv [kJ/kg.K]	0,721	1,59	0,78
Cp [kJ/kg.K]	1,004	1,74	0,87
Velocidade do som [m/s]	344	218,61	165,56
Viscosidade [μPa.s]	18,3	7,87	12,40

O efeito da adição de mais uma fonte é analisado utilizando a geometria mostrada na Figura 66.

5.5. Resultados

Os resultados obtidos variando as amplitudes de deslocamento da fonte foram simulados para a frequência de oscilação de 125 Hz tendo o ar como meio fluido. As pressões foram calculadas para o ponto A conforme indicado na Figura 28. O espectro de pressão e o sinal no domínio do tempo são mostrados nas Figuras 68 e 69.

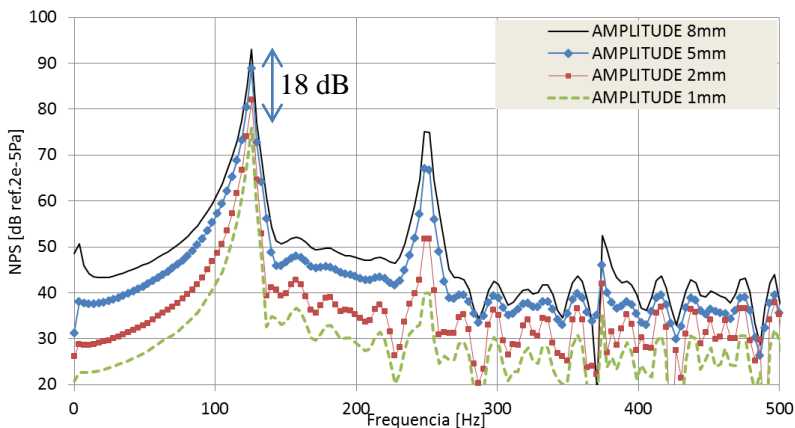


Figura 68 – Espectro da pressão no ponto A calculada para diferentes amplitudes de deslocamento da fonte.

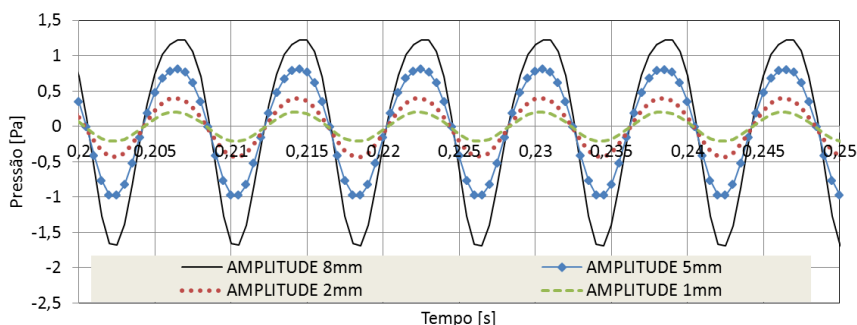


Figura 69 – Resposta de pressão no domínio do tempo para diferentes amplitudes.

Observa-se na Figura 68 que a frequência fundamental sofre variação de 18 *dB* com o aumento da amplitude, conforme esperado tendo em vista um aumento de 8 vezes na amplitude de movimento, enquanto que a segunda harmônica tem uma variação de 35 *dB* entre a menor e maior amplitude de excitação, mostrando que a relação de aumento da componente fundamental com a amplitude não é a mesma para a segunda harmônica. Pode-se observar que o efeito da não linearidade geométrica é mais perceptível quanto maior amplitude de deslocamento da fonte. Além disso, no caso analisado, mesmo com amplitudes na ordem de 1 *mm* nota-se o efeito de harmônicas no sinal de pressão.

A Figura 69 mostra as formas das ondas no domínio do tempo. Observam-se claramente maiores distorções (assimetria) para as ondas de maiores amplitudes, também conforme esperado.

As Figura 70 e 71 apresentam a pressão calculada no ponto A para três frequências de excitação distintas, mostradas no domínio da frequência e do tempo, respectivamente. Para os três casos consideraram-se a amplitude de 8 mm e ar como fluido de trabalho. Definiu-se um incremento de tempo diferente para cada frequência a fim de se diminuir o esforço computacional, mostrados na Tabela 2. Em função disso, para cada resposta a faixa de frequência máxima de análise foi diferente.

Como a amplitude de deslocamento é mesma em cada um dos casos mostrados nas Figuras 70 e 71 é esperado que a maior frequência apresentasse também maior amplitude da resposta da pressão.

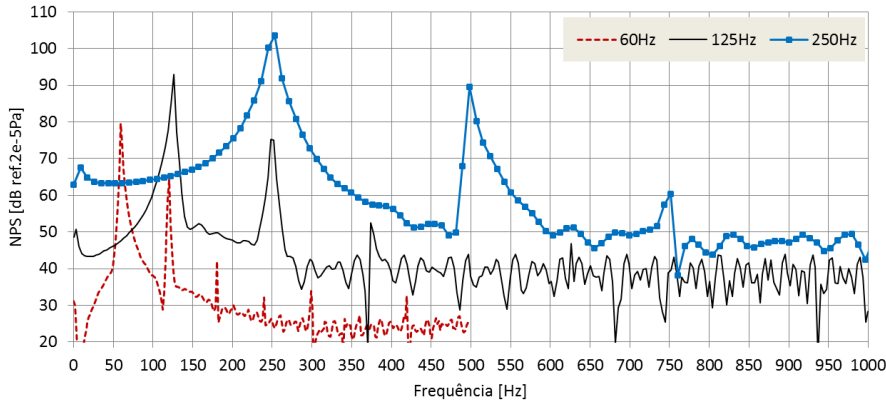


Figura 70 – Espectro de pressão no ponto A calculada para diferentes frequências de oscilação da fonte.

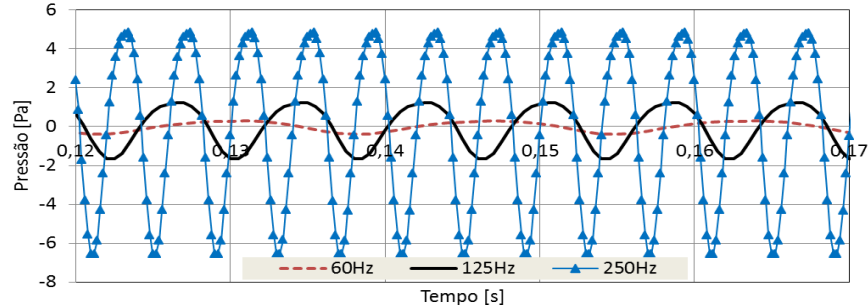


Figura 71 - Resposta de pressão no domínio do tempo para diferentes amplitudes.

Além do ar como meio fluido, foram calculadas as pressões sonoras considerando os fluidos refrigerantes R600a e R134a. O espectro da pressão e a pressão no domínio do tempo são mostrados nas Figuras 72 e 73. Nas três análises, a amplitude e a frequência de oscilação foram mantidas em 8 mm e 125 Hz respectivamente.

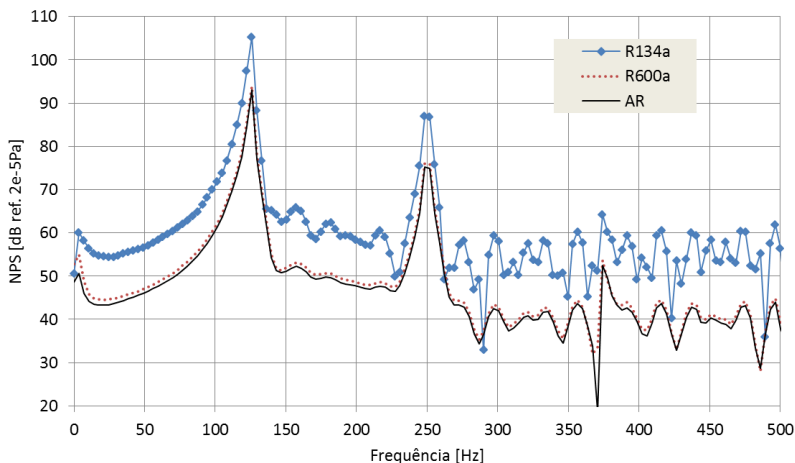


Figura 72 - Espectro de pressão no ponto A calculada para diferentes fluidos.

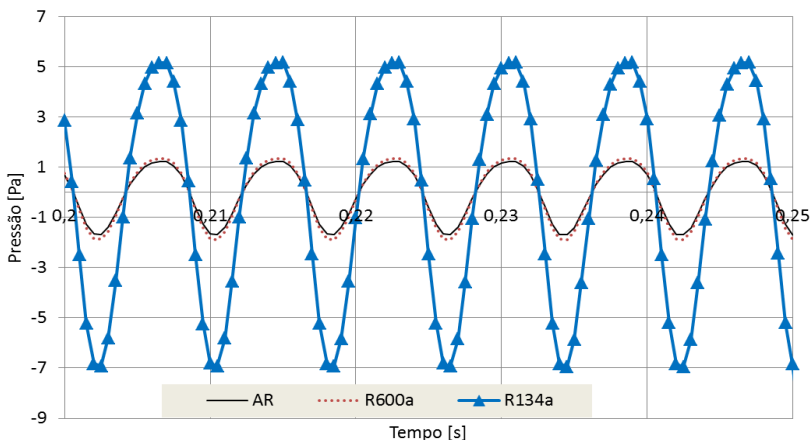


Figura 73 - Resposta de pressão no domínio do tempo para diferentes fluidos.

Notam-se nas Figuras 72 e 73 que as amplitudes de pressão são maiores para o fluido R134a, podendo estar relacionado à maior densidade do gás. Além disso, o aumento das amplitudes ocorreu em proporções semelhantes para a frequência fundamental e harmônicos,

diferentemente da análise variando a amplitude de oscilação. Esta característica mostra ser um indício de que a utilização dos gases R600a e R134a não tem influência significativa sobre os efeitos gerados pela não linearidade geométrica.

Por fim, foi analisado o efeito do acréscimo de mais uma fonte oscilante. Esta comparação é feita considerando frequência de excitação de 125 Hz e amplitude 8 mm oscilando em fase. As Figuras 74 e 75 mostram as pressões calculadas para o ponto A no domínio da frequência e do tempo, respectivamente.

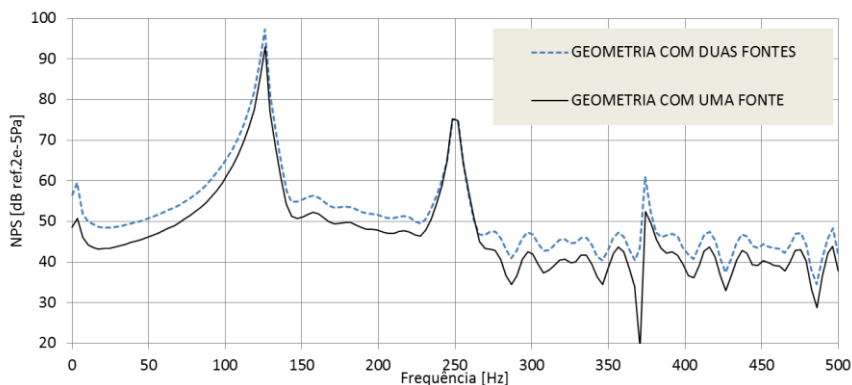


Figura 74 - Espectro de pressão no ponto A considerando uma e duas fontes.

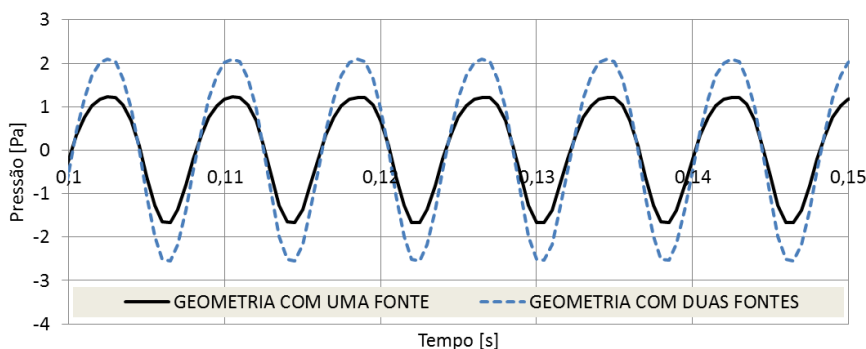


Figura 75 - Resposta de pressão no domínio do tempo para os casos com uma e com duas fontes.

Na Figura 74 observa-se que apesar do aumento da ordem de 3 dB na amplitude da frequência fundamental com o acréscimo de uma fonte, porém não se observou aumento significativo da segunda harmônica do sinal. No entanto, a análise desse parâmetro requer uma

averiguação mais detalhada das distâncias relativas entre a fonte e a posição onde foi calculada a pressão acústica.

Com estas análises são verificados indícios iniciais de alguns parâmetros e seus efeitos no comportamento acústico quando considerados as grandes amplitudes de deslocamento da fonte.

6. CONCLUSÕES

Este trabalho procurou investigar e compreender o efeito acústico de fontes oscilando com grandes amplitudes de deslocamento. Para isso, duas abordagens numéricas bidimensionais foram implementadas e verificadas a fim de representar o efeito de um disco oscilante com grandes amplitudes de deslocamento.

Por meio das análises realizadas, constata-se que para número de *Mach* pequeno a oscilação senoidal de uma fonte com grande amplitude de deslocamento gera um campo acústico contendo harmônicas da frequência fundamental de oscilação, nas quais se devem às não linearidades geométricas. No domínio do tempo a pressão apresenta comportamento assimétrico em relação ao eixo das abscissas. Esta assimetria pode ser descrita por meio de harmônicas pares e ímpares da frequência fundamental.

A aferição dos procedimentos numéricos recorreu aos modelos e ensaios de Roozen, Rutjes e Nijmeijer (2010) mostrando que tanto a abordagem acústica FEM quanto a CFD são capazes de representar os efeitos não lineares gerados.

As simulações considerando o modelo de turbulência $k - \varepsilon$ e quatro graus de refinamento para a malha indicam não haver diferença significativa entre as abordagens laminar e turbulenta para representar os efeitos das grandes amplitudes de deslocamento na faixa de frequência analisada.

Com base na implementação da equação da onda não linear de Westervelt, conclui-se que para o caso de um objeto oscilante tendo diâmetro de 10 mm e amplitude de deslocamento de 8 mm, na frequência de 125 Hz, os efeitos de não linearidades no campo acústico deve-se quase que exclusivamente à não linearidade geométrica. Avaliações do campo acústico próximo da fonte mostraram não haver efeitos de não linearidades devido ao comportamento do fluido.

Resultados obtidos pela abordagem CFD mostraram que o aumento da amplitude favorece o efeito acústico das não linearidades geométricas. No efeito utilizando diferentes fluidos de trabalho, o efeito da não linearidade geométrica se manteve semelhante para os três casos.

A abordagem acústica FEM se mostrou vantajosa quando o interesse está na identificação somente dos efeitos de não linearidade geométrica sem dissipações. Além disso, este tipo de abordagem não requer estruturas de malha tão refinadas quanto à abordagem CFD. Uma desvantagem desta metodologia está no fato de não permitir análise de casos de não linearidade geométrica dentro de cavidades. Já a

abordagem CFD permite considerar também efeitos dissipativos e de não linearidades presentes no meio fluido, favorecendo análises de casos com cavidade fechada. No entanto, requer estruturas de malha mais sofisticadas quando se considera modelos de turbulência na análise.

Com os resultados obtidos espera-se que os efeitos das não linearidades geométricas possam ser considerados com confiança na predição do campo acústico gerado por molas helicoidais com grandes amplitudes de deslocamento.

6.1. Sugestões para trabalhos futuros

Este trabalho foi um estudo inicial da consideração de grandes amplitudes de deslocamento para determinação do campo acústico gerado. Muitos aspectos ainda precisam ser melhor investigados como, por exemplo:

- Desenvolvimento de testes experimentais que permitam reproduzir os efeitos acústicos das não linearidades geométricas para molas e cilindros oscilantes.
- Desenvolvimento de um modelo acústico que represente o efeito das não linearidades geométricas atuando dentro de uma cavidade fechada. A implementação de formulações da equação da onda não linear que incluam efeitos dissipativos, permitiriam a análise em cavidades. Estudar o efeito de excitações próximas da frequência de ressonância da cavidade.
- Modelagem tridimensional do campo acústico gerado pela vibração de molas helicoidais dentro de cavidades através da abordagem CFD.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, R. F. C. **Simulação computacional da interação fluido-estrutura em bombas de cavidades progressivas**. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

ANSYS. **ANSYS CFX V.14. Manual guide**. 2012

BAYLISS, A.; GUNZBURGER, M.; TURKEL, E. **Boundary conditions for the numerical solution of elliptic equations in exterior regions**. SIAM J. Appl. Math., vol. 42, num. 2, pg. 430–451, 1982.

BISWAS, D.; OHTOMI, K. **Numerical studies on aero-acoustic phenomena associated with wall bounded shear flow**. Venice, Italy: WWCM8, 2008.

BLACKSTOCK, D. T. **Propagation of plane sound waves of finite amplitude in nondissipative lossless fluids**. J. Acoust. Soc. Am. Vol. 34, p. 9-30, 1962.

CAI, X.; ØDEGARD, A. **Parallel simulation of 3D nonlinear acoustic fields on a linux-cluster**. Alemanha, Proceedings of 2nd IEEE International Conference on Cluster Computing. p. 185-192, 2000.

CARLOS, J. Z. **Estudo de aeroacústica no escoamento em torno de dois cilindros**. Trabalho de Conclusão de Curso. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

CARMO, M. **Fluxo de energia vibratória do conjunto moto-compressor para a carcaça através das molas de suspensão**. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.

CHEN, X., Huang, X.; Zhang, X. **Sound radiation from a bypass duct with bifurcations**. AIAA Journal. 47, 2009. pg. 429-436.

COELHO, J. G. **Estudo numérico de tubos de sucção de turbinas hidráulicas tipo bulbo.** Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF. 2006.

COMSOL. **COMSOL USER GUIDE 4.3.** 2013.

COOK, R. et al. **Concepts and applications of finite element analysis.** 4. ed. Wiley, 2001.

EWERT, R.; SCHRÖDER, W. **Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering.** Journal of Computational Physics, Vol. 188, 2003. p. 365-398.

FAHY, F. **Foundations of engineering acoustics.** 1^a. ed. Oxford: Elsevier. 2001. 443 p.

FFOWCS, W. J. E.; HAWKINGS, D. L. **Sound generated by turbulence and surfaces in arbitrary motion.** Philosophical Transactions of the Royal Society, Vol. A264, 1969, p. 321-342.

FORTES, W. R. **Precondicionadores e Solucionadores para resolução de sistemas lineares obtidos de simulação de enchimento de reservatórios.** Dissertação de mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2008.

FREIRE, A. P. S.; ILHA, A.; COLAÇO, M. **Turbulência.** 5^a Escola de Primavera em Transição e Turbulência. Rio de Janeiro. Vol. 5. Tomo 1. 2006.

FROST, P. A.; HARPER, E. Y. **Acoustic radiation from surfaces oscillating at large amplitude and small Mach number.** J. Acoust. Soc. Am. Vol. 50, No. 2. 1975.

GIVOLI, D.; NETA, B. **High-order non-reflecting boundary scheme for time-dependent waves.** J. Comput. Phys., vol. 186, p. 24–46, 2004.

HAMILTON, M. F.; BLACKSTOCK, D. T. (Org.). **Nonlinear**

MAJUNMDAR, S. Role of underrelaxation in momentum interpolation for calculation of flow with nonstaggered grids.

acoustics. San Diego, California: Academic Press, 1998.

HOFFELNER, J. et al. **Finite Element simulation of nonlinear wave propagation in thermoviscous fluids including dissipation**. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control 48. 2001. p. 779-786.

KUZNETSOV, V. P. Equations of nonlinear acoustics. Sov. Phys. Acoust. 16. 1971. p. 467-470.

LAUTERBORN, W.; KURZ, T.; AKHATOV, I. **Nonlinear Acoustics in Fluids. Springer Handbook of Acoustics**. Ed. T.D. Rossing, Springer, 2007, p.257-297.

LIENHARD, J. H. **Synopsis of lift, drag, and vortex frequency**. Washington State University, Pullman, Washington, 1966.

LIGHTHILL, M. J. **Waves in fluids**. Cambridge University Press, Cambridge, Inglaterra. 1980.

LIU, J. **Simulation of whistle noise using computational fluid dynamics and acoustic finite element simulation**. Theses and dissertations – Mechanical Engineering. University of Kentucky. 2012.

LIU, X.; GONG, X.; YE, S.; ZHANG, W. **Nonlinear effects of finite amplitude ultrasound wave in biological tissues**. Chinese Science Bulletin, Vol. 45, No. 6. 2000.

LOPES, L. F. **Uso de materiais porosos em filtros acústicos**. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

MAJUNMDAR, S. Role of underrelaxation in momentum interpolation for calculation of flow with nonstaggered grids. Numerical Heat Transfer. vol. 13, No. 1, 1988. p. 125-132.

MARAKOV, S.; OCHMANN, M. Nonlinear and thermoviscous phenomena in acoustics, part II. *Acustica* 82. vol. 2, 1997, p. 197-222.

MENDES, R. **Análise do acoplamento pressão-velocidade nas equações de Navier-Stokes utilizando o método dos volumes finitos baseado em elementos e solução acoplada.** Dissertação de mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

MIDDELBERG, J. M. et al. **Computational fluid dynamics analysis of the acoustic performance of various simple expansion chamber mufflers.** Proceeding of Acoustics. Gold Coast, Australia. 2004.

PEREZ-SEGARRA, J.; RIGOLA, M. S. A. O. **Detailed thermodynamic characterization of thermetic reciprocating compressors.** *International Journal of Refrigeration*, vol. 28, 2005, p. 579-593.

PINTON, G. **Numerical methods for nonlinear wave propagation in ultrasound.** Dissertation. Department of Biomedical Engineering in the Graduate School of Duke University. Durham, Carolina do Norte. 2007.

RAMUSSEN, A. R. **Thermoviscous model equations in nonlinear acoustics: analytical and numerical studies of shocks and rarefaction waves.** Phd thesis. Department of Mathematics, Technical University of Denmark. 2009.

RHIE, C. M.; CHOW, W. L. **A numerical study of the turbulence flow past an isolated airfoil with trailing edge separation.** *AIAA Journal*, vol. 21, 1982, p. 1525-1532.

ROOZEM, N. B.; RUTJES, T.; NIJMEIJER, H. **Vibro-acoustic radiation of rigid bodies oscillating at large amplitude and low Mach number: modelling and experiments.** *Journal of Sound and Vibration*, vol. 329(26). 2010, p. 5532-5545.

SANGOI, R. **Estudo de identificação de fontes de ruído e vibrações em um compressor hermético.** Dissertação de mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1983.

SANTOS, M. **Análise de filtros acústicos de sucção de compressores na presença de escoamento.** Dissertação de mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1983.

SELAMET, A.; RADAVIDICH, P. M. **The effect of length on the acoustic attenuation performance of concentric expansion chambers: an analytical, computational and experimental investigation.** Journal of Sound and Vibration, vol. 201(4), 1997, p. 407-426.

SHIN, K.; HAMMOND, J. K. **Fundamentals of signal processing for sound and vibration engineers.** Chichester, England. Ed: John Wiley & Sons. 2008.

SIM, I. **Nonreflecting boundary conditions for time-dependent wave propagation.** PhD Thesis. University of Basel, Faculty of Science. 2010.

SODERHOL, L. H. **On the Kuznetsov equation and higher order nonlinear acoustic equations.** Proc. 15th international Symposium on Nonlinear Acoustics. vol. 524, 2000, p. 133-136.

TAKAHASHI, K. et al. **Numerical analysis on 2D and 3D edge tones in terms of aerodynamic sound theory.** Proceedings of 20th International Congress on Acoustics, ICA 2010, Sydney, Australia, 2010.

TEIXEIRA, P. R. F. **Simulação numérica da interação de escoamentos tridimensionais de fluidos compressíveis e incompressíveis e estruturas deformáveis usando o método de**

elementos finitos. Tese de doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2001.

VERHOEVEN, O. **Triling edge noise simulations**. Master of Science Thesis. Delft University of Technology. Holanda. 2011.

WALSH, T. TORRES, M. **Finite element methods for nonlinear acoustics in fluids**. Journal of Computational Acoustics 15, 2007. p. 353-375.

WESSELING, P. **Principles of Computational Fluid Dynamics**. 1. ed. Alemanha: Springer-Verlag Berlin Heilderberg, 2001.

WINSLOW, A. **Numerical solution of the quasilinear Poisson equations in a nonuniform triangle mesh**. J. Comp. Phys., 2, p. 149-172, 1967.

WU, J. **Efficient prediction method for broadband acoustic mode radiation from engine bypass ducts**. Master thesis. University of Southampton. Southampton, 2011.

